Questão 1

A)

Resolução através de mmc

Como mmc(4,6,9)=36, já que $4=2^2$, 6=2.3 e $9=3^2$, mmc(4,6,9)=$2^2.3^2$=36, as luzes voltaram a piscar, simultaneamente, após 36 segundos.

Resolução por meio de tabela

L_1	1	2	3	**4**	5	6	7	**8**	9	10	11	**12**	13	14	15	**16**	17	18	19	**20**	...
L_2	1	2	3	4	5	**6**	7	8	9	10	11	**12**	13	14	15	16	17	**18**	19	20	...
L_3	1	2	3	4	5	6	7	8	**9**	10	11	12	13	14	15	16	17	**18**	19	20	...

Ou

L_1	4	8	12	16	20	24	28	32	**36**	40	...
L_2	6	12	18	24	30	**36**	42	48	54	60	...
L_3	9	18	27	**36**	45	54	63	72	81	90	...

Conclui-se que mmc(4,6,9)=36, de modo que as luzes piscaram, simultaneamente, depois de 36 segundos.

B)

De 12h até 14h, transcorrem 2 horas, pois 14-12=2.

Por outro lado, 2h=120min=7200s.

Então, $\frac{7200}{36} = 200$, de modo que as luzes piscaram, simultaneamente, 200 vezes.

Questão 2

A) $f(15) = 3(15)^2 - 6 = 3.225 - 6 = 675 - 6 = 669$

B) $3x^2 - 6 = 762 \Rightarrow x^2 = \frac{768}{3} = 256 \Rightarrow x = -16 \ ou \ x = 16$.

Como a função só está definida para valores não negativos de x, a resposta é x=16.

C) A função no domínio de f é injetiva, pois se $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Vejam-se os cálculos:

$x_1 \neq x_2 \Rightarrow x_1^2 \neq x_2^2 \Rightarrow 3x_1^2 \neq 3x_2^2 \Rightarrow 3x_1^2 - 6 \neq 3x_2^2 - 6 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

Questão 3

A)

Resolução por meio de sistema de equações

x : quantidade de álcool antes do abastecimento;

y : quantidade de gasolina antes do abastecimento;

$$\begin{cases} x+y=30 \\ \dfrac{x+15}{y}=\dfrac{3}{2} \end{cases}.$$

Da segunda equação, obtém-se $3y=2x+30$, ou seja, $y=\frac{2}{3}x+10$. Substituindo-se esse valor na primeira equação, tem-se $x+\frac{2}{3}x+10=30$, ou, ainda, $\frac{5}{3}x=20$.

Então, 5x=60 e x =12

Como $x+y=30$, segue que $y=18$.

Portanto, $x=12$ e $y=18$ são as quantidades de álcool e de gasolina, respectivamente, antes do abastecimento.

Outra solução por meio de sistema de equações:

A: quantidade de álcool após o abastecimento

B: quantidade de gasolina após o abastecimento

$$\begin{cases} 2A-3G=0 \\ A+G=45 \end{cases}$$

Resolvendo-se o sistema, encontra-se A=27 e G=18.

Retirando-se os 15 litros de álcool colocados, obtém-se A=27-15=12

Portanto, $A=12$ e $G=18$ são as quantidades de álcool e de gasolina, respectivamente, antes do abastecimento.

Resolução por proporção

$$\frac{A}{G}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{A+G}{G}=\frac{3+2}{2}\Rightarrow\frac{45}{G}=\frac{5}{2}\Rightarrow 5G=90\Rightarrow G=18.$$

Como A+G=45, segue que A=27.

Retirando-se os 15 litros de álcool adicionados no abastecimento, fica-se com A=12.

Portanto, $A=12$ e $G=18$ são as quantidades de álcool e gasolina, respectivamente, antes do abastecimento.

Resolução por tabela

Álcool	3	...	15	18	21	24	27
Gasolina	2	...	10	12	14	16	18
Total	5	...	25	30	35	40	45

Com o tanque cheio, tem-se 27 litros de álcool e 18 de gasolina.

Retirando-se 15 litros de álcool, fica-se com 12 de álcool e 18 de gasolina.

B)

S : valor pago.

$S = 1{,}96 \times 27 + 2{,}69 \times 18 = 101{,}34$.

Resposta: Antônio gastou R$ 101,34 para encher o tanque do automóvel.

Questão 4

Colocando-se o retângulo num sistema de eixos ortogonais, com um o vértice inferior esquerdo na origem, as coordenadas do ponto P são dadas por $(60,50)$. Desse modo, tem-se:

Equação da diagonal (d): $y = -\frac{3}{4}x + 60$ (que pode ser determinada de várias maneiras)

Equação de (d):, na forma geral: $3x + 4y - 240 = 0$

Distância de P à diagonal d: $D(P,d) = \frac{|3 \times 60 + 4 \times 50 - 240|}{\sqrt{9+16}} = \frac{140}{5} = 28$ metros.

(Várias soluções geométricas são possíveis, usando-se semelhança de triângulos ou o conceito de área.)