

**Questão 1**

COMPETÊNCIA: Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

HABILIDADE/SUB-HABILIDADE: Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

CONTEÚDO CONCEITUAL: Sistemas lineares.

**Solução 1:**

Sejam  $x$  o valor gasto no supermercado e  $y$  o valor gasto na farmácia. Assim,  $x + y = 110$ . Como a despesa no supermercado superou em R\$94,00, a despesa na farmácia, então:  $x = y + 94$  ou  $x - y = 94$ .

$$\text{Logo, } \begin{cases} x + y = 110 \\ x - y = 94 \end{cases} . \text{ Sendo assim, } \begin{cases} 2x = 204 \\ \Rightarrow x = 102 \end{cases} \text{ e } y = 8.$$

Portanto, Matilda gastou R\$ 102,00 no supermercado e R\$ 8,00 na farmácia.

**Solução 2:**

Construção de uma tabela em que uma das condições é fixada.

Fixando a soma R\$110,00:

Supermercado	90,00	100,00	102,00
Farmácia	20,00	10,00	8,00
Diferença	70,00	90,00	94,00

Portanto, as despesas foram de R\$ 102,00 no supermercado e de R\$ 8,00 na farmácia.

Fixando a diferença R\$ 94,00:

Farmácia	10,00	9,00	8,00
+94,00	94,00	94,00	94,00
Supermercado	104,00	103,00	102,00
Farmácia + supermercado	114,00	112,00	110,00

Portanto, as despesas foram de R\$ 102,00 no supermercado e de R\$ 8,00 na farmácia.

**Solução 3:**

$$110 - 94 = 16 \text{ e } 16/2 = 8.$$

$$94 + 8 = 102 \text{ ou } 110 - 8 = 102.$$

Portanto, as despesas foram de R\$ 102,00 no supermercado e de R\$ 8,00 na farmácia.

**Solução 4:**

$$110 + 94 = 204 \text{ e } 204/2 = 102.$$

$$110 - 102 = 8 \text{ ou } 102 + 8 = 110.$$

Portanto, as despesas foram de R\$ 102,00 no supermercado e de R\$ 8,00 na farmácia.

**Solução 5:**

Seja  $x$  o gasto na farmácia e  $x + 94$  o gasto no supermercado.

$$x + x + 94 = 110.$$

$$2x = 16 \text{ e } x = 8.$$

$$8 + 94 = 102.$$

Portanto, as despesas foram de R\$ 102,00 no supermercado e de R\$ 8,00 na farmácia.

## Questão 2

COMPETÊNCIA: Utilizar noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

HABILIDADE/SUB-HABILIDADE: Interpretar informações envolvendo a variação de grandezas.

SUB-HABILIDADE: Calcular máximo e mínimo de função trigonométrica.

CONTEÚDO CONCEITUAL: Funções trigonométricas.

### Respostas

**A)** Encontrar a altura máxima e mínima da maré é encontrar o valor máximo e mínimo da

função  $h(t) = 3 + 0,2 \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot t\right)$ .

$$-1 \leq \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot t\right) \leq 1$$

$$-0,2 \leq 0,2 \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot t\right) \leq 0,2$$

$$3 - 0,2 \leq 3 + 0,2 \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot t\right) \leq 0,2 + 3$$

$2,8 \leq 3 + 0,2 \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot t\right) \leq 3,2$ . Logo,  $2,8 \leq h(t) \leq 3,2$ . Desse modo, a altura máxima da maré é quando  $h=3,2$ m.

De modo equivalente, o candidato pode apresentar a seguinte argumentação:

Como o cosseno decresce de 1 a -1 no intervalo  $(0, \pi]$  e cresce de -1 a 1 no intervalo  $(\pi, 2\pi]$  podemos concluir que  $h$  atinge valores máximos nos instantes  $t=12$  e  $t=24$

(ou 0), já que  $h(12) = 3 + 0,2 \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot 12\right) = 3,2$  e  $h(24) = 3 + 0,2 \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot 24\right) = 3,2$ .

Assim, a altura máxima atingida pela maré é 3,2.

**B)** O período dessa função é  $\left(\frac{\pi}{6} \cdot t\right) = 2\pi \Rightarrow t = 12$  horas. A cada 12 horas, tem-se um novo ciclo. Logo, no período de um dia, ocorrem duas marés máximas.

Cálculo do horário da maré alta:

$$3 + 0,2 \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot t\right) = 3,2 \Rightarrow 0,2 \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot t\right) = 0,2 \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot t\right) = 1 \Rightarrow t = 0 \text{ (ou } 24 \text{ ) hora, ou } t = 12 \text{ horas.}$$

Ou conclui-se direto, levando em consideração o que foi dito no item A da segunda argumentação, que  $t = 12$  ou  $t = 24$ (ou 0).

### Questão 3

COMPETÊNCIA: Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para o cálculo de probabilidade e interpretação de informações.

HABILIDADE/SUB-HABILIDADE: Interpretar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

CONTEÚDO CONCEITUAL: Princípio de contagem e probabilidade.

A) Para a posição dos pais temos 2 possibilidades.

Para os filhos temos  $3! = 6$  possibilidades.

Logo, pelo princípio fundamental da contagem, teremos:  $2 \times 6 = 12$  posições diferentes para a foto.

B) Das 12 posições possíveis, em seis o pai está à esquerda da mãe.

Dessas posições, em apenas duas o filho está entre as meninas.

$$\text{Logo, } p = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

#### Questão 4

COMPETÊNCIA: Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

HABILIDADE/SUB-HABILIDADE: Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de comprimento e área de figuras planas.

CONTEÚDO CONCEITUAL: Comprimento e área de figuras planas.

#### Solução 1:

Sendo G o ponto de interseção da semi-reta EF com o lado AD,  $\overline{FG}$  é a altura relativa à base AD e  $\overline{FG} = \frac{\overline{EG}}{2}$  ou  $\overline{EG} = 2\overline{FG}$ .

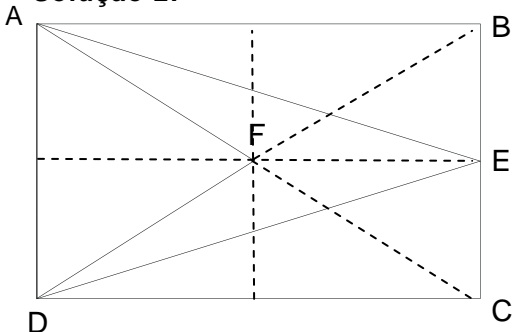
Logo, a área do triângulo ADF é dada por  $A_1 = \frac{\overline{AD} \times \overline{FG}}{2}$  e a área do triângulo ADE é dada por  $A_2 = \frac{\overline{AD} \times \overline{EG}}{2}$ .

$$A_2 = \frac{\overline{AD} \times \overline{EG}}{2} \Rightarrow A_2 = \frac{\overline{AD} \times 2\overline{FG}}{2} \Rightarrow A_2 = \overline{AD} \times \overline{FG} \Rightarrow A_2 = 2A_1.$$

Por outro lado,  $A_2 = A_1 + A_{AFDE} \Rightarrow 2A_1 = A_1 + A_{AFDE} \Rightarrow A_1 = A_{AFDE}$ .

Portanto, a quantidade de tecido na parte ADF é a mesma da parte AFDE.

#### Solução 2:



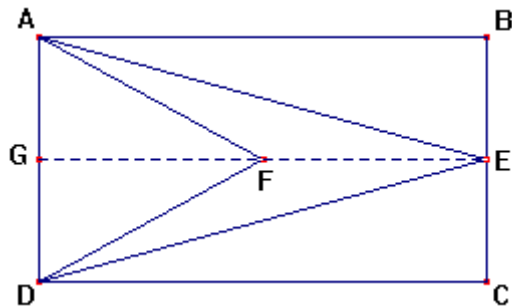
A figura acima mostra que  $S(ADF) = \frac{1}{4}S(ABCD)$  e que  $S(DCE) = S(ABE) = \frac{1}{4}S(ABCD)$ , isto é,  $S(ADF) = S(DCE)$ .

Como  $S(ADF) + S(AFDE) + 2S(DCE) = S(ABCD)$ , segue-se que:

$$S(AFDE) = S(ABCD) - \frac{1}{4}S(ABCD) - \frac{2}{4}S(ABCD), \text{ ou seja, } S(AFDE) = \frac{1}{4}S(ABCD) = S(ADF)$$

Portanto, a quantidade de tecido na parte ADF é a mesma da parte AFDE.

### Solução 3:



Pelas hipóteses conclui-se que  $GF = FE$ .

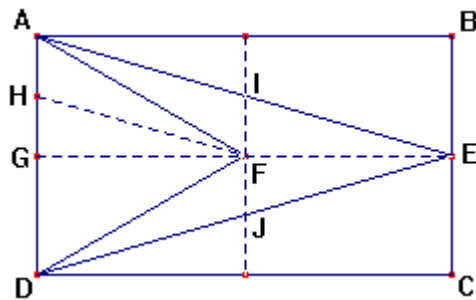
$$S(GFA) = S(FEA).$$

$S(GFA) = S(FEA)$ , porque as medidas das bases são iguais e as das alturas também.

$$S(ADF) = 2S(GFA) \text{ e } S(AFDE) = 2S(FEA), \text{ logo } S(ADF) = S(AFDE).$$

Portanto, a quantidade de tecido na parte ADF é a mesma da parte AFDE.

### Solução 4:



Pelas hipóteses, conclui-se que  $GF = FE$ .

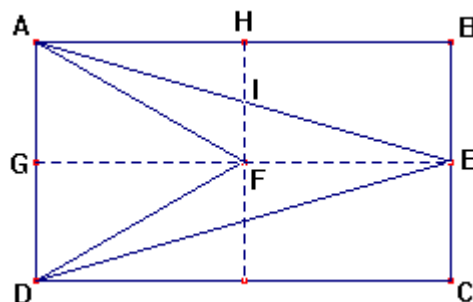
$$\text{Sendo H ponto médio de AG, } S(GFH) = S(HAF) = S(FIA) = S(FIE).$$

$S(GFH) = S(HAF) = S(FIA) = S(FIE)$ , porque as medidas das bases são iguais e as das alturas também.

$$S(ADF) = 2S(GFA) \text{ e } S(AFDE) = 2S(FEA), \text{ logo } S(ADF) = S(AFDE).$$

Portanto, a quantidade de tecido na parte ADF é a mesma da parte AFDE.

### Solução 5:



Pelas hipóteses, conclui-se que  $GF = FE$ .

$$S(GFA) = S(FEA).$$

$S(\text{GFA}) = S(\text{FEA})$ , porque  $S(\text{GFA}) = S(\text{HAF})$  e  $S(\text{FIA}) = S(\text{IHA}) = S(\text{FIE})$ .

$S(\text{ADF}) = 2S(\text{GFA})$  e  $S(\text{AFDE}) = 2S(\text{FEA})$ , logo  $S(\text{ADF}) = S(\text{AFDE})$ .

Portanto, a quantidade de tecido na parte ADF é a mesma da parte AFDE.