MATEMÁTICA

QUESTÃO 1

A) O apurado é obtido da seguinte maneira:

Número de sorvetes com cobertura vendidos = 400
Número de sorvetes simples vendidos = 320

Apurado do dia = 400 x 2,40 + 320 x 2,00 = 960,00 + 640,00 = 1600,00

B) Sejam X e Y as quantidades de sorvetes simples e com cobertura vendidos nesse dia, respectivamente. Logo, X+Y = 720 e o apurado é dado pela equação: 2,00 X + 2,40 Y = 1.640,00

Assim, temos que resolver o sistema linear de equações

$$\begin{cases} X + Y = 720 \\ 2X + 2{,}4Y = 1640 \end{cases}$$

Isso pode ser feito de várias maneiras. Por exemplo, o sistema acima é equivalente a:

$$\begin{cases} -2X - 2Y = -1440 \\ 2X + 2{,}4Y = 1640 \end{cases}$$

Somando as duas equações do novo sistema, obtemos 0,4Y = 200, e, assim, Y = 200/0,4.

Logo
Y = 500

Substituindo o valor de Y na equação X+Y=720, obtemos X+ 500 = 720.
Assim X = 720-500, ou seja:
X = 220

Dessa forma, foram vendidos **500 sorvetes com cobertura e 220 sorvetes simples**.

B) Outra Solução:
Com 320 sorvetes sem cobertura e com 400 sorvetes com cobertura, obteve-se um apurado de 1.600,00. Como 320 + 400 = 720, então, certamente houve um aumento na venda de sorvetes com cobertura de Z unidades e diminuição da

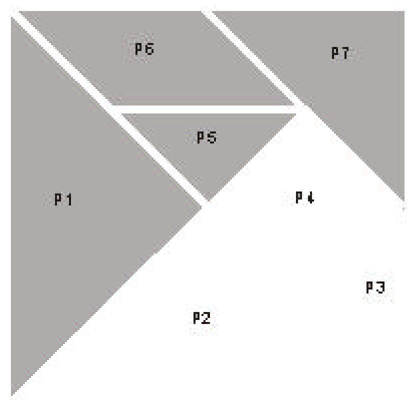
mesma quantidade de sorvetes sem cobertura, de modo que Z. (2,40 – 2,00) = 40,00 (Valor que falta para 1640,00).
Logo Z = 40,00 / 0,40 = 400,00 /4 = 100.
Ou seja, X = 320 – 100 = 220, Y = 400 + 100 = 500.

QUESTÃO 2

A) Sejam α o valor dos dois ângulos agudos de P_6 e β o valor dos dois ângulos obtusos de P_6 . Como os triângulos P_1, P_5, P_7, são triângulos retângulos e isósceles, todos os ângulos agudos desses triângulos são iguais a $\theta = 45^o$. Portanto, segue (vide figura) que

$\alpha + \theta = 90^o$

$\beta + \theta = 180^o$



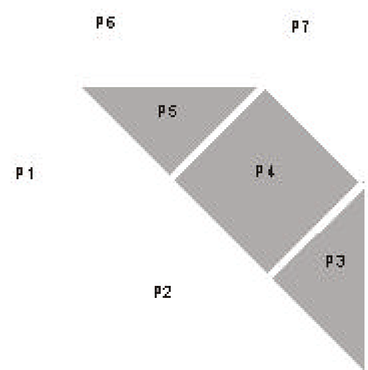
Portanto:

$\alpha = 90^o - 45^o = 45^o$

$\beta = 180^o – 45^o = 135^o$

Então, os **ângulos do paralelogramo P_6 são: ângulos agudos iguais a 45^o e ângulos obtusos iguais a 135^o.**

B) Os triângulos P_3 e P_5 são semelhantes (caso AAA), pois ambos são triângulos retângulos e isósceles, logo, com os ângulos agudos iguais a 45^o. Além disso, os dois triângulos têm os catetos iguais ao lado do quadrado P_4, **sendo, portanto, congruentes** (caso LAL).



C) Pela figura, podemos ver que:

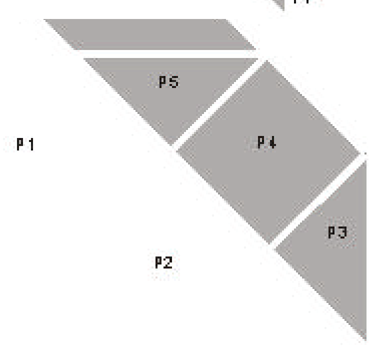
$A(P_6) + A(P_5) = A(P_4) + A(P_3)$,

Onde, $A(P_i)$ é a área do polígono P_i , para i =3,4,5, e 6.

Pelo item (B), P_3 é **congruente a** P_5, logo $A(P_5) = A(P_3)$.

Cancelando esses termos na equação acima, teremos então:

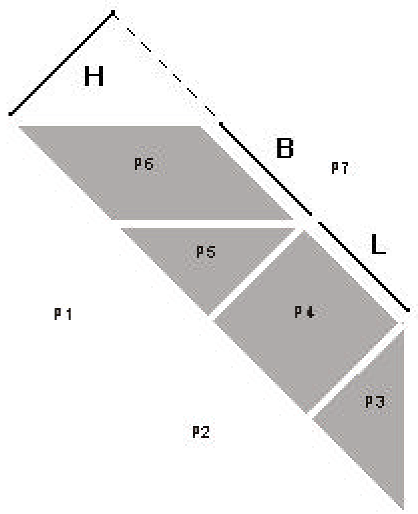
$A(P_6) = A(P_4)$



Outra justificativa é que $A(P_6)$ = base x altura = L x L = $A(P_4)$

C) Outra solução:

Observando a figura abaixo, a base B do paralelogramo e o lado L do quadrado são iguais a metade da hipotenusa do triângulo P7. Como a altura H é também igual ao lado do quadrado, teremos que a área do paralelogramo é igual a B x H = L x L . Portanto, as duas áreas são iguais.



QUESTÃO 3

A)

$i = \sqrt{-1}$; $i^2 = -1$; $i^3 = -i$; $i^4 = 1$;
$i^5 = i$; $i^6 = -1$; $i^7 = -i$; $i^8 = 1$;
$i^9 = i$; $i^{10} = -1$; $i^{11} = -i$; $i^{12} = 1$;
$i^{13} = i$; $i^{14} = -1$; $i^{15} = -i$; $i^{16} = 1$;

B)

Observando o item (A) e o quadrado, verifica-se que a soma dos números de cada linha é sempre o mesmo valor e é igual a $i - 1 - i + 1 = 0$. Entretanto, a soma da primeira coluna é $i + i + i + i = 4i$;
na segunda coluna é $-1 - 1 - 1 - 1 = -4$;
na terceira coluna é $-i - i - i - i = -4i$;
na quarta coluna é $1 + 1 + 1 + 1 = 4$;
e nas duas diagonais é $i - 1 - i + 1 = 0$.
Logo, o quadrado acima NÃO é mágico.

C)

A soma de todos os números do quadrado pode ser obtida adicionando-se as somas parciais de cada linha ou de cada coluna.
No primeiro caso, tem-se:
$0 + 0 + 0 + 0 = 0$,
e no segundo caso, tem-se:
$4i - 4 - 4i + 4 = 0$.

Ou mesmo adicionando todos os números do quadrado:

$$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 + i^7 + i^8 + i^9 + i^{10} + i^{11} + i^{12} + i^{13} + i^{14} + i^{15} + i^{16} =$$
$$= i - 1 - i + 1 + i - 1 - i + 1 + i - 1 - i + 1 + i - 1 - i + 1 = 0 ;$$

QUESTÃO 4

A) Como a senha tem 06 (seis) dígitos, e Dona Leocádia escolheu os **dois** primeiros dentre os números 7 e 8 e os outros **quatro** (sem repetição) dentre os números 1, 2, 3, e 9, o número de possibilidades é: n = 2 x 4! = 2 x 24 = 48, pois a cada 2 possibilidades 78**** ou 87**** teremos 4! possibilidades de compor quatro números (sem repetição) dentre os dígitos 1, 2, 3 e 4.
Portanto,

Nº de possibilidades = 48

B) No caso de esquecimento da senha, a probabilidade de acertar a senha numa primeira tentativa é igual a

P= (Nº de escolhas) / (Nº de possibilidades) = 1 / 48.

C) Dona Leocádia esqueceu da senha, porém lembrou-se de como ela a compôs e que a senha tem o formato **87***9.** Portanto, os três números que faltam são formados dentre os dígitos 1, 2 e 3, sem repetição; ou seja, Dona Leocádia tem **3!= 6 possibilidades para escolher.** Se ela já fez duas tentativas sem lograr êxito, significa que ela tem 6 – 2 = 4 possibilidades de escolha. A terceira tentativa corresponde a uma escolha dentre essas 4. Assim, a probabilidade de ela acertar a senha nessa tentativa é:

(Nº de escolha) / (Nº de (novas) possibilidades) = 1/4 = 25%

QUESTÃO 5

A) $f(-1)= 2^{-1} – 1 = 1/2 – 1 = - 1/2$
$g(-1) = - (-1)^2 + 4 = - 1 + 4 = 3$
logo, $f(-1)g(-1) = - 1/2 \times 3 = - 3/2$

$f(1)= 2^1 – 1 = 2 – 1 = 1$
$g(1) = - (1)^2 + 4 = - 1 + 4 = + 3$
logo, $f(-1)g(-1) = 1 \times 3 = 3$

Portanto f(-1)g(-1) = - 3/2 e f(1)g(1) = 3

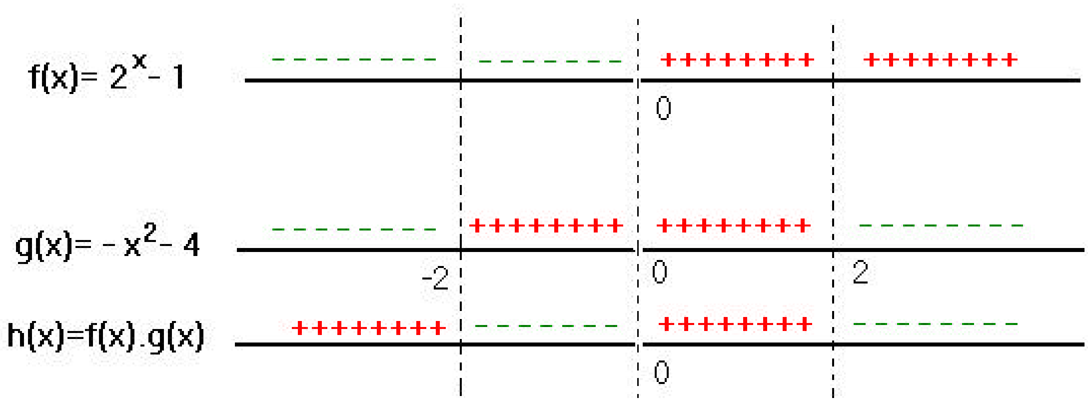
B) De acordo com as expressões de f e g;

(1) $f(x) < 0$ se e somente se, $2^x – 1 < 0$; ou, $2^x < 1$; ou ainda , $x < 0$.
(2) $f(x) > 0$ se e somente se, $2^x – 1 > 0$; ou, $2^x > 1$; ou ainda , $x > 0$.
(3) $g(x) < 0$ se e somente se, $- x^2 + 4 < 0$; ou, $4 < x^2$; ou ainda , $x >2$ ou $x < -2$.

(4) $g(x) > 0$ se e somente se, $-x^2 + 4 > 0$; ou, $4 > x^2$; ou ainda , $-2 < x < 2$.

Assim, $h(x) = f(x)g(x)$ é negativa (< 0) para os valores de x em que f e g têm sinais contrários (+ e – ou – e+). Assim, $h(x) < 0$ no conjunto dos x tais que
$-2 < x < 0$ ou $x > 2$.

Solução gráfica:



Solução : $\{x \in \Re; -2 < x < 0\} \cup \{x \in \Re; 2 < x < \infty\} = (-2,0) \cup (2,\infty)$