Matemática

Expectativas de Respostas

Questão 1.

a) Sejam $g_1 (t)$ e $g_2 (t)$ os gastos acumulados nas academias Fique em Forma e Esbelt, respectivamente.
   Então
   $g_1 (t) = 80,00 + 50,00\ t$
   $g_2 (t) = 60,00 + 55,00\ t$

b) Os gastos acumulados em cada academia, após 12 meses são:

   $g_1 (12) = 80,00 + 50,00 \times 12 = 80,00 + 600,00 = 680,00$
   $g_2 (12) = 60, 00 + 55,00 \times 12 =60,00 + 660,00 = 720,00$

   Logo, a academia que oferece menor custo para uma pessoa que pretenda malhar por um ano é a academia Fique em Forma.

Questão 2.

A) Seja p a probabilidade pedida. Então $p = \frac{n(A)}{n(A \cup B)} = \frac{100}{120} = \frac{5}{6}$, onde $n(A)$ é o número de licenciados em Matemática e $n(A \cup B)$ é o número total de congressistas.

B) Sejam A o conjunto dos Licenciados e B o conjunto dos Bacharéis.
Assim $A \cap B$ é o conjunto dos congressistas com as duas formações acadêmicas.
Como $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ então

$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 100 + 60 - 120 = 40.$

C) A probabilidade deste item é $p = \frac{n(A \cap B)}{n(A \cup B)} = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$

Questão 3.

a) Seja H a altura do triângulo ABC.

Então, H = 4ℓ m e $\overline{BC} = 4\ell$.

Se S é a área do triângulo ABC, então S = $\frac{1}{2}\overline{BC}.H = \frac{1}{2}\,4\ell.\,4\ell = 8\ell^2$.

Outra solução:

Temos 6 quadrados de área ℓ^2 no interior do triângulo ABC e mais 7 triângulos pequenos cuja soma das áreas é $2\ell^2$. (Justificar?)
Portanto, a área S de ABC é S= $6\ell^2 + 2\ell^2 = 8\ell^2$.

B) Seja ℓ a medida do lado de cada quadrado.

Então $\overline{DE} = 2\ell$.

Se h é a altura do triângulo ADE, então h = 2ℓ (justificativa?)

Logo, $\overline{AD}^2 = \left(\frac{\overline{DE}}{2}\right)^2 + h^2 = \ell^2 + (2\ell)^2 = 5\ell^2$

Portanto, $\overline{AD} = \sqrt{5}\,\ell \neq 2\,\ell = \overline{DE}$ e assim o triângulo ADE **não** é eqüilátero.

Ou

B) Se ADE fosse eqüilátero, h = $\frac{b\sqrt{3}}{2}$, onde h é a medida da altura e b é a medida da base. Entretanto, h = 2ℓ e b=2ℓ, ou seja, h = b. Portanto ADE não é eqüilátero.

Questão 4.

A) A pedra atingirá a altura máxima quando (t_o, $h(t_0)$) for o vértice da parábola

$h(t) = -5t^2 + 40t + 100$.

Como as coordenadas do vértice de uma parábola $y = Ax^2 + Bx + C$ são $\left(-\frac{B}{2A}, -\frac{\Delta}{4A}\right)$ segue que $t_o = -\frac{40}{2(-5)} = 4$ e

$h(t_o) = h(4) = -5 \times 4^2 + 40 \times 4 + 100 = 180$

Portanto, a altura máxima atingida pela pedra é h = 180 m

Ou

A) $v(t) = -10t + 40$
$v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$ segundos
$h(4) = -5 \times 16 + 160 + 100 = 180$ metros

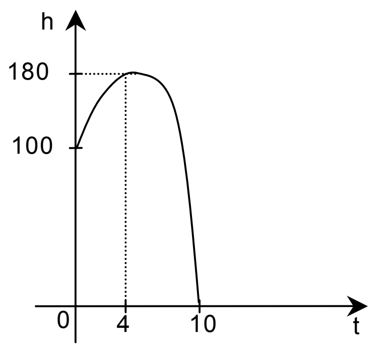
B) A pedra atingirá o solo quando $h(t) = 0$. Como $h(t) = 0 \Leftrightarrow -5t^2 + 40t + 100 = 0 \Leftrightarrow$
$-t^2 + 8t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-8 \pm \sqrt{64+80}}{-2} \Leftrightarrow t = \frac{-8 \pm 12}{-2} \Leftrightarrow t = -2$ ou $t = 10$.

Sendo $t \geq 0$, a pedra atingirá o solo quando t = 10.

Assim, o gráfico de h(t) é a parte da parábola $h(t) = -5t^2 + 40t + 100$ com $0 \leq t \leq 10$.

De acordo com o item "a" o vértice V dessa parábola é V = (4 ; 180)

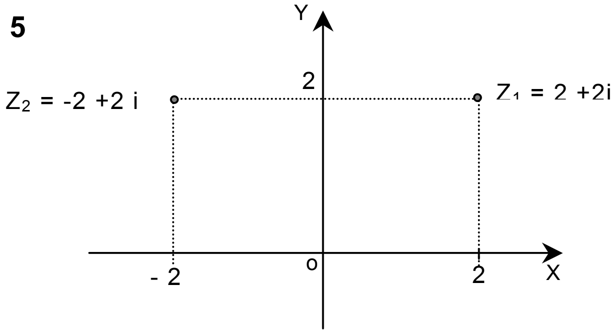
Portanto, o gráfico de h(t) tem o seguinte esboço:



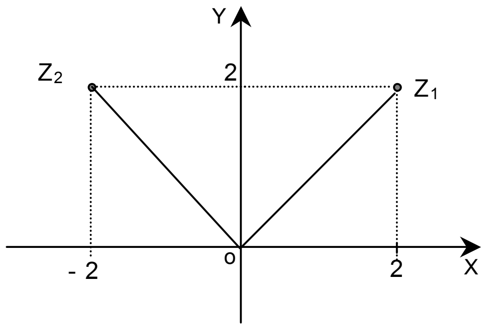
Questão 5

5.

a)



b)

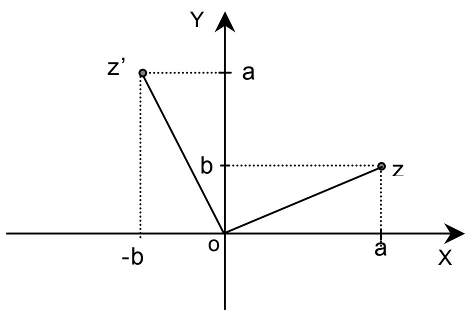


$\overrightarrow{Oz_1}$ é bissetriz do 1º quadrante e

$\overrightarrow{Oz_2}$ e bissetriz do 2º quadrante.

Logo $z_1\hat{o}z_2 = z_1\hat{o}Y + Y\hat{o}z_2 = 45° + 45° = 90°$

c) Se $z = a + bi$ então $iz = -b + ai$



Os triângulos oaz e oaz’ são congruentes pois $\overline{oa} = \overline{oa}, \overline{az} = \overline{az'}$ e $o\hat{a}z = o\hat{a}z'$.

Logo, pelo caso L. A. L., os triângulos oaz e oaz’ são congruentes.

Portanto $z\hat{o}z' = z\hat{o}b + b\hat{o}z' = z\hat{o}b + a\hat{o}z = 90°$