

INSTRUÇÕES

Para a realização desta Prova, você recebeu este Caderno de Questões e uma Folha de Respostas. NÃO AMASSE, NÃO DOBRE, NÃO SUJE, NÃO RASURE ESTE MATERIAL.

1. Caderno de Questões

- .Verifique se este Caderno de Questões contém 25 Questões de MATEMÁTICA.
- .Registre seu número definitivo no espaço reservado para esse fim, na capa deste Caderno.
- .Qualquer irregularidade constatada neste Caderno de Questões deve ser imediatamente comunicada ao fiscal de sala.
- .Neste Caderno, você encontra dois tipos de questões:

Proposições Múltiplas – questão contendo 5,6 ou 7 proposições, indicadas pelos números 01,02,04,08,16,32 e 64.

Para responder a esse tipo de questão, você deve:

- .identificar as proposições verdadeiras;
- .somar os números a elas correspondentes;
- .marcar, na Folha de Respostas, os dois algarismos que representam a soma das proposições corretas.

UMA PROPOSIÇÃO FALSA, SE CONSIDERADA VERDADEIRA, ANULA TODA A QUESTÃO.

Aberta – questão constituída por problema. Admite apenas resposta numérica, em valores inteiros compreendidos entre 00 a 99, inclusive, que devem ser marcados na Folha de Respostas.

2. Folha de Respostas

- .A Folha de Respostas é pré-identificada; confira os dados registrados no cabeçalho e assine com caneta esferográfica, tinta azul. Não ultrapasse o espaço reservado a esse fim.
- .Na Folha de Respostas, cada questão está representada por um número, abaixo do qual se encontram colunas paralelas numeradas de 0 a 9, que possibilitam a marcação de qualquer resposta numérica inteira de 00 a 99.
- .Faça a marcação preenchendo os espaços correspondentes aos algarismos da resposta encontrada, com caneta esferográfica, TINTA AZUL. Não ultrapasse os limites dos espaços.
- .Para registrar a resposta de cada questão, marque, na coluna da direita, o algarismo correspondente à unidade, e, na coluna da esquerda, o correspondente à dezena. Quando a resposta for um número menor que dez, marque zero na coluna da esquerda. Se a resposta for zero, marque zero nas duas colunas.
- .A Folha de Respostas com marcações indevidas ou feitas a lápis não será processada.
- .Marque o horário de término da prova no espaço indicado.

Exemplo da marcação
na Folha
de Respostas

| 01 | | 02 | |
|----------------------------------|---|----------------------------------|----------------------------------|
| <input checked="" type="radio"/> | 0 | <input checked="" type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | 1 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | 2 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | 3 | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | 4 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | 5 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | 6 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | 7 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | 8 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | 9 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

M A T E M Á T I C A

QUESTÕES GENÉRICAS - DE 01 A 20

DEVEM SER RESPONDIDAS POR TODOS OS CANDIDATOS A TODOS OS CURSOS.

QUESTÕES ESPECÍFICAS - DE 21 A 25

DEVEM SER RESPONDIDAS APENAS PELOS CANDIDATOS AOS CURSOS DO GRUPO A.

GRUPO A

Arquitetura e Urbanismo
Engenharia Civil
Engenharia de Minas
Engenharia Elétrica
Engenharia Mecânica
Engenharia Química
Engenharia Sanitária
Estatística

Física
Geofísica
Geologia
Matemática
Processamento de Dados
Química
Química Industrial

| SÍMBOLO | SIGNIFICAÇÃO |
|------------|---|
| \forall | Qualquer que seja |
| \bar{X} | Complementar do conjunto X em relação ao universo |
| R | Conjunto dos números reais |
| R^* | $R - \{0\}$ |
| R^*_+ | Conjunto dos números reais positivos |
| $[a, b[$ | $\{x \in R; a \leq x < b\}$ |
| $n!$ | Fatorial de n |
| $C_{m, n}$ | Combinação de m elementos tomados n a n |
| P_m | Permutação de m elementos |
| X^{-1} | Matriz inversa da matriz X |
| X^t | Matriz transposta da matriz X |
| $\det(X)$ | Determinante da matriz X |
| u.c. | Unidade de comprimento |
| u.a. | Unidade de área |

RASCUNHO

QUESTÕES GENÉRICAS - DE 01 A 20

QUESTÕES DE 01 A 14

INSTRUÇÃO: Efetue os cálculos necessários e marque o resultado.

Questão 01

Os números positivos x, y, z são inversamente proporcionais a 10, 1, 5. Sabendo-se que $y - z^2 - 2x = 0$, determine $x + y + z$.

Questão 02

Um trabalhador recebeu determinado salário no mês de maio. Em agosto, teve seu salário reajustado em 35% sobre o salário de maio. Em outubro, teve um novo reajuste de $x\%$ sobre o salário de agosto, passando a receber 71,45% a mais do que a quantia recebida em maio. Determine x .

Questão 03

Um ciclista, que está numa pista circular de 8m de raio, dá duas voltas na pista em 8s. Um outro ciclista, numa pista circular de 12m de raio, dá três voltas em 12s. Os dois ciclistas mantêm suas velocidades constantes. Enquanto o ciclista mais rápido percorre o equivalente a 240π m, o outro dá x voltas na pista. Determine x .

Questão 04

O diretor de um Centro Esportivo vai cercar um campo de forma retangular e depois dividi-lo com outra cerca, para formar duas quadras retangulares. A cerca que vai dividir o campo internamente custa Cr\$ 10.000,00 por metro, e a cerca externa custa Cr\$ 25.000,00 por metro. Sabendo-se que o diretor dispõe de Cr\$ 4.800.000,00 para realizar a obra, determine o semiperímetro do campo de maior área cercada possível.

Questão 05

Determine o quadrado da soma de todas as raízes da equação $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x = 0$, sabendo-se que uma das raízes é -2.

RASCUNHO

Questão 06

Considere a função $f(x) = C \cdot 10^{-kx}$; $C \in \mathbb{R}_+^*$. Sabendo-se que $f(0) = 9f(1)$, determine $-k + \log 90$.

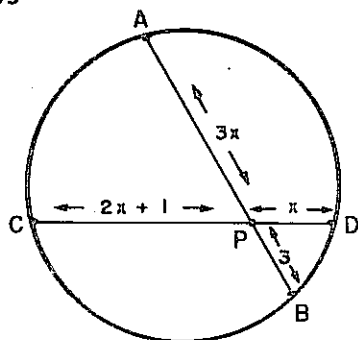
Questão 07

Seja x a solução da equação $2 \log_2 x = \log_{\frac{1}{2}} x - \log_{\sqrt{2}} 3$, determine $81x^3$.

Questão 08

Considere oito pontos distintos coplanares, dos quais apenas três estão alinhados. Determine o número de triângulos que podem ser construídos com esses pontos.

Questão 09



De acordo com a figura acima, determine a soma das medidas das cordas \overline{AB} e \overline{CD} .

Questão 10

Considere o triângulo equilátero ABC , com lado medindo 6 cm. Seja M o ponto médio do lado \overline{AC} , e seja P o ponto do lado \overline{BC} tal que $\overline{PB} = 2$ cm. Sendo $x \text{ cm}^2$ a área de um quadrado de lado \overline{MP} , determine x .

Questão 11

Considere três quadrados cujas medidas dos lados formam uma progressão geométrica. A soma das áreas desses quadrados é 189 u.a.; a razão entre as medidas das áreas do menor e do maior quadrado, nessa ordem, é $\frac{1}{16}$. Determine, em u.a., a área do quadrado cuja medida do lado é o termo médio da progressão geométrica.

Questão 12

Considere um paralelepípedo retângulo de dimensões x, y, z . A soma dessas dimensões é 8; o dobro de x adicionado à soma de y com z é 9; z adicionado ao triplo da soma de x com y é 16. Sendo d a medida da diagonal desse paralelepípedo, determine d^2 .

Questão 13

Um cubo, cuja diagonal da face mede $5\sqrt{2}$ dm, circunscreve um cilindro circular reto. O volume do cubo é igual a $x \text{ dm}^3$ e o do cilindro, igual a $y \text{ dm}^3$. Determine o valor de $\sqrt[3]{x} + \frac{4y}{25\pi}$.

RASCUNHO

Questão 14

Seja $y = ax + b$ a equação da reta que passa pelo centro da circunferência

$$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$$

e é perpendicular à reta $x = 1$. Determine $(a^2 + b^2)^2$.

QUESTÕES DE 15 A 20

INSTRUÇÃO: Marque a SOMA dos números correspondentes às proposições verdadeiras.

Questão 15

$$A = \{x \in \mathbb{R}; |x + \frac{1}{2}| > \frac{1}{2}\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R}; \sqrt{x - 3} \notin \mathbb{R}\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 6x + 8} \leq 0\}$$

Considerando-se os conjuntos acima, pode-se afirmar:

(01) $A \cap B =]0,3[\cup]-\infty, -1[$

(02) $x \in \mathbb{R} \iff x \in A \text{ ou } x \in B$

(04) $\overline{C} \subset \overline{A}$

(08) $x \in C \implies x \in \overline{B} \cup A$

(16) $\{x \in \mathbb{R}; x \in A \text{ e } x \notin B\} =$
 $= [3, +\infty[$

(32) $\{x \in \mathbb{R}; x \notin A \text{ ou } x \in C\} =$
 $= [-1,0] \cup [1,2[\cup]4,5]$

RASCUNHO

Questão 16

Considere o número complexo

$$z = a + bi; a, b \in \mathbb{R}^*.$$

Se $a, b, |z|$, nessa ordem, estão em progressão aritmética de razão 1, pode-se afirmar:

- (01) z pertence à circunferência de centro na origem e raio 3.
- (02) O número complexo $4 - 3i$ é o conjugado de z .
- (04) O argumento de z é o ângulo de tangente igual a $\frac{4}{3}$.
- (08) Se $z_1 = -3 - 4i$, então a distância entre z e z_1 mede 10 u.c.
- (16) Se $z_2 = -6 - 8i$, então os pontos do plano, associados a z e z_2 , determinam a reta $3y - 4x = 0$.
- (32) Se $z_3 = 3 - 4i$, então $z \cdot z_3 = |z|^2$.
- (64) Se $|w| = 2$ e $\arg(w) = \frac{\pi}{2}$ rad, então $\frac{1}{4}w^2 \cdot z + 25 \frac{i^4}{z} = 8$.

Questão 17

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} -1 & a \\ 3 & 6 \end{bmatrix},$$

com $a = \det(A \cdot B)$.

Considerando-se as matrizes acima, pode-se afirmar:

- (01) $A \cdot B$ é matriz inversível.
- (02) $|\det C| + \det(A \cdot B) = 6$.
- (04) $A \cdot B + B \cdot A = I_3$, sendo I_3 a matriz identidade de ordem 3.
- (08) $\det(C^t) : \det(C^{-1}) = 36$.
- (16) A matriz $C + C^t$ é simétrica.
- (32) Sendo $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, B_1 a matriz formada pela 1ª coluna de B e $CX = B_1$, tem-se que $x \cdot y^{-1} = -6$.

RASCUNHO

Questão 18

Se $\frac{3}{16}x$ é o sexto termo do desenvolvimento, segundo as potências decrescentes de x , do binômio $(x + a)^m$, sendo a uma constante, pode-se afirmar:

- (01) $a \cdot m = 6$.
- (02) O último termo do desenvolvimento do binômio $(x + a)^m$ é 2^{-6} .
- (04) O número de termos do desenvolvimento do binômio $(x + a)^m$ é par.
- (08) $C_{m,4a} + P_m = 735$.
- (16) Com os algarismos do número 123.456, podem ser escritos 5! números com 6a algarismos distintos.
- (32) O número de anagramas que se podem formar com as letras de uma palavra que possui $\frac{a^{-m}}{16}$ letras distintas é igual a $(10a)!$

Questão 19

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida por $f(x + 1) = x - x^2$.

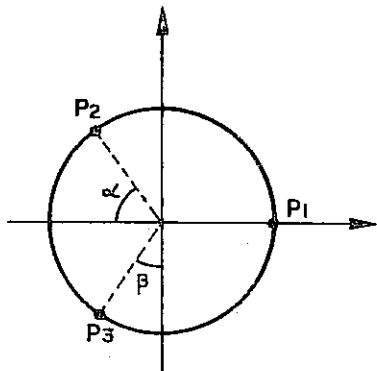
Pode-se, então, afirmar:

- (01) A imagem de f é o intervalo $] -\infty, \frac{1}{4}]$.
- (02) f é decrescente em $[\frac{1}{4}, +\infty[$.
- (04) $f(x) \leq x, \forall x \in \mathbb{R}$.
- (08) A equação $f(|x|) = 0$ tem apenas duas soluções.
- (16) O gráfico da função $g(x) = f(x) + 2$ é uma parábola, com eixo de simetria $x = \frac{3}{2}$.

RASCUNHO

Questão 20

Os pontos P_1, P_2, P_3 , representados no ciclo trigonométrico abaixo, são vértices de um triângulo equilátero.



Pode-se, então, afirmar:

- (01) P_1, P_2, P_3 são as extremidades dos arcos de medida $x = \frac{2k\pi}{3}$ rad.
- (02) O arco subtendido pelo ângulo β é congruente a 1140° .
- (04) O arco de medida $-\frac{20\pi}{3}$ rad tem extremidade em P_3 .
- (08) O simétrico de P_2 em relação à origem tem coordenadas $(\cos(-\frac{5\pi}{3}), \sin(-\frac{\pi}{3}))$.
- (16) Todas as soluções da equação $3 \operatorname{cosec} x = 4 \operatorname{sen} x$ são arcos de medida x rad, cuja extremidade está em P_2 ou P_3 .
- (32) $\operatorname{tg}(\pi + \beta) = \frac{2}{3} \cos(\frac{3\pi}{2} - \beta)$.
- (64) $\operatorname{sen}(3\alpha + 2\beta) = \cos(2\alpha + \beta)$.

RASCUNHO

QUESTÕES ESPECÍFICAS - DE 21 A 25

QUESTÕES 21 E 22

INSTRUÇÃO: Efetue os cálculos necessários e marque o resultado.

Questão 21

Rebatendo-se as faces laterais de uma pirâmide quadrangular regular sobre o plano da base, externamente a esta, os quatro rebatimentos do vértice da pirâmide determinam um quadrado com 8m de lado. Os vértices da base são os pontos médios dos apótemas do quadrado de 8m de lado. Sendo $x\text{m}^2$ a área total da pirâmide, determine x .

Questão 22

Considere:

I) A reta $y = \frac{1}{2}$ intercepta o gráfico da função $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ em n pontos, no intervalo $[-\frac{\pi}{2}, \pi]$.

II) A imagem da função

$$g(x) = 3 - 2\cos(3x + \frac{\pi}{5})$$

é o intervalo $[a, b]$.

Assim, determine $(a + b) \cdot n$.

RASCUNHO

QUESTÕES DE 23 A 25

INSTRUÇÃO: Marque a SOMA dos números correspondentes às proposições verdadeiras.

Questão 23

$$P(x) = x^5 + 3x^4 + ax^2 + bx + 2; a, b \in \mathbb{R}$$

$$Q(x) = (x - 1)(x - 2)(x - c)(x - d)$$

$$R(x) = (x^5 + 1)(x^3 + 2x^2 + 1)$$

Considere os polinômios acima e conclua:

- (01) $R(x)$ é divisível por $x + 1$.
- (02) O resto da divisão de $R(x)$ por $P(x)$ é um polinômio de grau 6.
- (04) Se $Q(x)$ é divisível por $x^2 - 7x + 12$, então $|c - d| = 1$.
- (08) Se o resto da divisão de $P(x)$ por $x^2 - 1$ é $3x + 1$, então $a^2 + b^2 = 20$.
- (16) Se $x^3 \cdot P(x)$ é idêntico ao polinômio $x^8 + 3x^7 + 4x^5 - 3x^4 + 2x^3$, então $a + b = 1$.

Questão 24

Sobre exponenciais e logaritmos, pode-se afirmar:

- (01) O conjunto solução da inequação $|1 + \log_2 x| \geq 2$ está contido em $[0, 2^{-2}] \cup [1, +\infty[$.
- (02) A equação $\log_x (x + 4)^2 - \log_x 25 = 0$ tem duas raízes inteiras.
- (04) Sendo $\log_a x = 3$, $\log_b x = 4$, $\log_c x = 5$, com $abc \neq 1$, então $\log_{abc} x = \frac{60}{47}$.
- (08) Sendo $\log 45 = a$, $\log 75 = b$, então $\log 15 = \frac{a + b}{3}$.
- (16) O conjunto solução da inequação $4a^{2x} - 10a^x + 4 \geq 0$, com $0 < a < 1$, é $[-\log_a 2, \log_a 2]$.

Questão 25

Uma esfera de volume igual a $36\pi \text{ cm}^3$ está inscrita num cone circular reto, com 8 cm de altura. Pode-se, então, afirmar:

- (01) O raio da base do cone é o dobro do raio da esfera.
- (02) A área lateral do cone é igual a $60\pi \text{ cm}^2$.
- (04) A área do hexágono inscrito na base do cone é igual a $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$.
- (08) O apótema do hexágono circunscrito à base do cone é igual a 6 cm.
- (16) A razão entre as medidas da área total do cone e da área da esfera, nessa ordem, é $\frac{8}{3}$.

RASCUNHO