CONCURSO VESTIBULAR UFBA

1994

SUPERINTENDÊNCIA ACADÊMICA

SERVIÇO DE SELEÇÃO ORIENTAÇÃO E AVALIAÇÃO

VIRTUTE SPIRITUS

MATEMÁTICA

CADERNO: 2

Nº DE INSCRIÇÃO

INSTRUÇÕES

Para a realização desta Prova, você recebeu este Caderno de Questões e uma Folha de Respostas. NÃO AMASSE, NÃO DOBRE, NÃO SUJE, NÃO RASURE ESTE MATERIAL.

1. Caderno de Questões

- .Verifique se este Caderno de Questões contém 25 Questões de MATEMÁTICA.
- .Registre seu número definitivo no espaço reservado para esse fim, na capa deste Caderno.
- .Qualquer irregularidade constatada neste Caderno de Questões deve ser imediatamente comunicada ao fiscal de sala.
- .Neste Caderno, você encontra três tipos de questões:

Proposições Múltiplas - questão contendo 5,6 ou 7 proposições, indicadas pelos números 01,02,04,08,16,32 e 64.

Para responder a esse tipo de questão, você deve:
- .identificar as proposições verdadeiras;
- .somar os números a elas correspondentes;
- .marcar, na Folha de Respostas, os dois algarismos que representam a soma das proposições corretas.

UMA PROPOSIÇÃO FALSA,SE CONSIDERADA VERDADEIRA,ANULA TODA A QUESTÃO.

Múltipla escolha - questão contendo 05 alternativas, indicadas pelos números 01,02, 03,04 e 05.

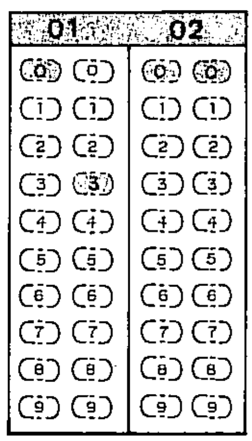
Para responder a esse tipo de questão, você deve:
- .observar as instruções referentes a cada uma;
- .identificar a ÚNICA alternativa correta;
- .marcar, na Folha de Respostas, os algarismos a ela correspondentes.

Aberta - questão constituída por problema. Admite apenas resposta numérica, em valores inteiros compreendidos ente 00 e 99, inclusive, que devem ser marcados na Folha de Respostas.

2. Folha de Respostas

- .A Folha de Respostas é pré-identificada; confira os dados registrados no cabeçalho e assine com caneta esferográfica, TINTA AZUL. Não ultrapasse o espaço reservado para esse fim.
- .Na Folha de Respostas, cada questão está representada por um número, abaixo do qual se encontram colunas paralelas numeradas de 0 a 9, que possibilitam a marcação de qualquer resposta numérica inteira de 00 a 99.
- .Faça a marcação preenchendo os espaços correspondentes aos algarismos da resposta encontrada, com caneta esferográfica,TINTA AZUL. Não ultrapasse os limites dos espaços.
- .Para registrar a resposta de cada questão, marque, na coluna da direita, o algarismo correspondente à unidade, e, na coluna da esquerda, o correspondente à dezena. Quando a resposta for um número menor que dez, marque zero na coluna da esquerda. Se a resposta for zero, marque zero nas duas colunas.
- .A Folha de Respostas com marcações indevidas ou feitas a lápis não será processada.
- .Marque o horário de término da prova no espaço indicado.

Exemplo da marcação na Folha de Respostas



MATEMÁTICA

QUESTÕES GENÉRICAS - DE 01 A 20

DEVEM SER RESPONDIDAS POR TODOS OS CANDIDATOS A **TODOS** OS CURSOS.

QUESTÕES ESPECÍFICAS - DE 21 A 25

DEVEM SER RESPONDIDAS APENAS PELOS CANDIDATOS AOS CURSOS DO GRUPO A.

GRUPO A

Arquitetura e Urbanismo
Engenharia Civil
Engenharia de Minas
Engenharia Elétrica
Engenharia Mecânica
Engenharia Química
Engenharia Sanitária
Estatística
Física
Geofísica
Geologia
Matemática
Processamento de Dados
Química
Química Industrial

SÍMBOLO	SIGNIFICAÇÃO
$\forall$	Qualquer que seja
$\overline{X}$	Complementar do conjunto **X** em relação ao universo
Z_+	Conjunto dos números inteiros não-negativos
Q'	Conjunto dos números irracionais
R	Conjunto dos números reais
$[a, b[$	$\{x \in R;\ a \leq x < b\}$
$\lvert z \rvert$	Módulo do complexo **z**
$\arg(z)$	Argumento do complexo **z**
$Re(z)$	Parte real do complexo **z**
X^{-1}	Matriz inversa da matriz **X**
X^t	Matriz transposta da matriz **X**
$\det(X)$	Determinante da matriz **X**
u.c.	Unidade de comprimento
u.a.	Unidade de área

QUESTÕES GENÉRICAS - DE 01 A 20

QUESTÕES DE 01 A 06

INSTRUÇÃO: Assinale as proposições corretas, some os números a elas associados e marque o resultado na Folha de Respostas.

Questão 01

Sendo

$A = \{b \in \mathbb{R} ;\ x^2 + 2bx - 3b > 0\ ,\ \forall x\}$

$B = \{a \in \mathbb{R} ;\ f(x) = (\frac{a-2}{a^2-9})x + 8$ é decrescente$\}$

$C = \{x \in \mathbb{R} ;\ \log_2 (3 - x) < 0\}$,

pode-se afirmar:

(01) $A = [-3, 0[$ e

$B = \{x ;\ x < -3$ ou $2 < x < 3\}$

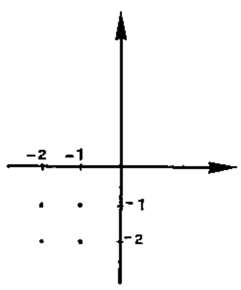
(02) $x \in A \Longleftrightarrow x \in \overline{B}$

(04) $\forall x,\ x \in B \Longrightarrow x \in C$

(08) $B \cap C =]2, 3[$

(16) Se $x \in A \cup C$, então $x \in]-3, 3[$.

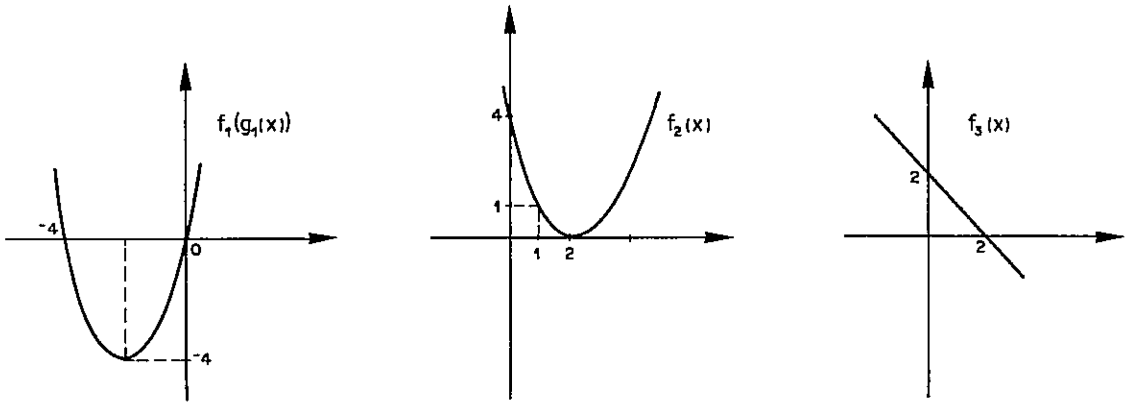
(32) Se $A' = \{x \in Z ;\ x \in A\}$, então a representação gráfica de $(A')^2$ é



RASCUNHO

Questão 02

Considerando-se as duas parábolas e a reta indicadas abaixo representações gráficas das funções $f_1(g_1(x))$, $f_2(x)$ e $f_3(x)$,



pode-se afirmar:

(01) Se $g_1(x) = x + 5$, então o conjunto imagem de f_1 é $[-4, +\infty[$.

(02) $|f_2(x) - 3| < f_2(0)$, se $x \in \,]2 - \sqrt{7}, 2 + \sqrt{7}[$.

(04) O gráfico da função inversa de $f_3(x)$ passa pela origem.

(08) $y = f_2(f_3(f_3(x)))$ é decrescente $\Longleftrightarrow x \in \,]-\infty, 2]$.

(16) $F(x) = f_2(x) + f_3(x)$ é uma função par.

(32) Os gráficos de $f_2(x)$ e $f_3(x)$, num mesmo sistema de coordenadas, se interceptam em dois pontos de ordenadas 0 e 1.

RASCUNHO

Questão 03

Com base nas propriedades dos determinantes, pode-se afirmar:

(01) $2\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2a_1 & 2b_1 & 2c_1 \\ 2a_2 & 2b_2 & 2c_2 \\ 2a_3 & 2b_3 & 2c_3 \end{vmatrix}$

(02) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix}$

(04) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 10 & 10 & 10 & 10 \\ 10^2 & 10^2 & 10^2 & 10^2 \\ 10^3 & 10^3 & 10^3 & 10^3 \end{vmatrix} = 10^6$

(08) $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \end{vmatrix}$

(16) $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 - a_2 & b_1 - b_2 & c_1 - c_2 \\ a_2 - a_3 & b_2 - b_3 & c_2 - c_3 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$

(32) Se **A** é uma matriz inversível, então $\det A \cdot \det(A^{-1}) = -1$.

(64) Se **A** e **B** são matrizes nxn, então $\det(A + B) = \det A + \det B$.

RASCUNHO

Questão 04

Sendo $p_1(x) = 3x^2 + 4ax - 1$

$p_2(x) = 2x^2 - 1$

$p_3(x) = x + 4$

$p_4(x) = 6x^4 + 3x^3 - 5x^2 + bx + 5$,

pode-se afirmar:

(01) $p_1(x) \cdot p_2(x) + p_3(x) = p_4(x)$, se $8a - 2b - 1 = 0$.

(02) Os zeros do polinômio $p_3(x) \cdot p_2(x)$ são -4, $\frac{1}{2}$ e $-\frac{1}{2}$.

(04) $\forall n \in Q'$, $p_2(n) \in Q'$

(08) A divisão de

$P(x) = [p_1(x)]^3 \cdot p_2(x) - p_4(x)$

por $p_3(x)$ tem por quociente um polinômio de grau menor ou igual a 9.

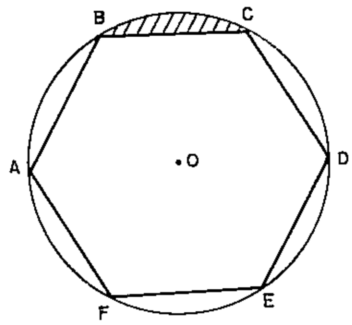
(16) Aplicando-se o dispositivo prático de Ruffini, na divisão de $p_4(x)$ por $3x + 1$, encontra-se

$$\begin{array}{c|ccccc} & 6 & 3 & -5 & b & 5 \\ \hline d & r_1 & r_2 & r_3 & r_4 & \end{array}$$, com

$r_2 + r_3 = -\frac{13}{3}$.

RASCUNHO

Questão 05



Na figura acima, sabendo-se que o hexágono regular ABCDEF está inscrito na circunferência de centro O e raio 1u.c., pode-se afirmar:

(01) $O\hat{C}A = 60^\circ$ e $A\hat{O}E = 120^\circ$.

(02) O quadrilátero OABC é um losango e o triângulo CFD é acutângulo.

(04) O perímetro da circunferência inscrita no hexágono mede $\pi\sqrt{3}$ u.c. .

(08) $\overline{AC} = (2 + \sqrt{3})$ u.c.

(16) A área da região hachurada é $\left(\frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{12}\right)$ u.a. .

(32) O comprimento do arco $\overset{\frown}{ABC}$ é $\frac{2\pi}{3}$ u.c. .

RASCUNHO

Questão 06

Sendo α, β e γ três planos perpendiculares dois a dois, pode-se afirmar:

(01) A interseção dos planos α, β e γ é um ponto.

(02) Se **r** é uma reta paralela a α, então **r** é perpendicular a β.

(04) A condição suficiente para que uma reta seja paralela a α é que seja perpendicular a γ.

(08) Se $r \subset \alpha$ e $s \subset \beta$, então **r** e s não podem ser reversas.

(16) **Não** existe plano que intercepte α e γ, segundo retas paralelas.

(32) Se $r = \alpha \cap \beta$, então $r \perp \gamma$.

(64) O lugar geométrico dos pontos do espaço que eqüidistam de α e β é uma reta perpendicular a γ.

RASCUNHO

QUESTÕES DE 07 A 11

INSTRUÇÃO: Em cada questão, assinale as afirmativas verdadeiras e marque, na Folha de Respostas, APENAS um valor entre 01 e 05, de acordo com o código abaixo.

01) Apenas as afirmativas I, II e IV são verdadeiras.
02) Apenas as afirmativas I, III e IV são verdadeiras.
03) Apenas as afirmativas I, III e V são verdadeiras.
04) Apenas as afirmativas II, III e V são verdadeiras.
05) Apenas as afirmativas II, IV e V são verdadeiras.

Questão 07

Considere as matrizes

$$A = (a_{ij})_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = (b_{ij})_{2\times 3}\text{, sendo } b_{ij} = \begin{cases} a_{ij} & \text{se } i = j \\ a_{ji} & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ x & 0 \end{bmatrix}$$ uma matriz simétrica.

Indique as afirmativas verdadeiras:

I - A soma dos elementos da diagonal principal de C^{-1} tem módulo 1.

II - Existe a matriz $S = B^t \cdot A^t + C$.

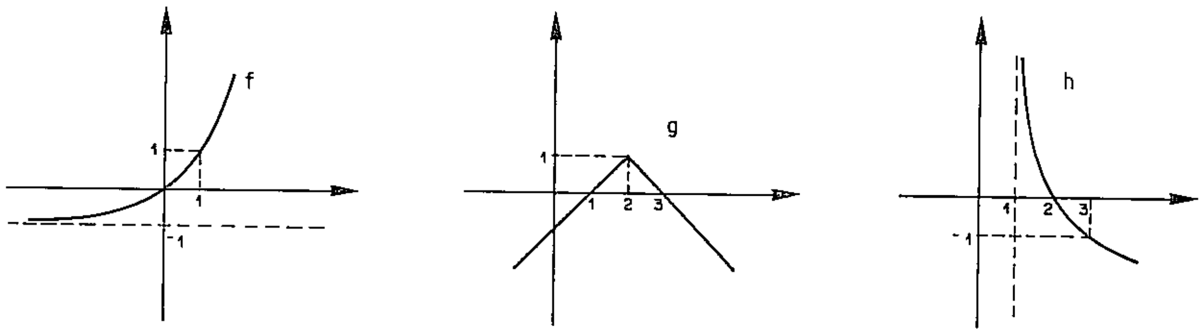
III - $A + B^t = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ e BA é uma matriz quadrada.

IV - $\det(AB) = 0$

V - $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $x = -1$.

RASCUNHO

Questão 08



Considerando-se os gráficos das funções **f**, **g** e **h** acima, identifique as afirmativas verdadeiras:

I - **f** representa a inversa da função $y = \log_2 (x + 1)$.

II - $g(x) = 1 + |x - 2|$ ou $g(x) = 1 - |x - 1|$

III - O domínio de $h(f(x))$ é $]1, +\infty[$.

IV - Se $x > 1$, então $f(x) + 1 > h(\frac{17}{16})$.

V - Para $x \in [2, +\infty[$, $g(x)$ é injetora e $h(f(2)) = -1$.

Questão 09

Considerando-se os pontos $A(0, 3)$, $B(\sqrt{3}, 4)$, $C(3, 0)$, $D(-3\sqrt{3}, 0)$, indique as afirmativas verdadeiras:

I - O triângulo ADC é retângulo, ou $A\hat{D}C = 60^\circ$.

II - O comprimento da mediana do triângulo CBD, relativa a $\overline{BD}$, é $\sqrt{16 + 6\sqrt{3}}$.

III - A equação da reta que contém a altura do triângulo BDC, relativa ao lado $\overline{BD}$, é $y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$.

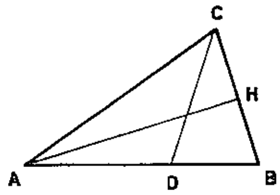
IV - A equação da circunferência de centro em A, que passa por B, é $x^2 + y^2 - 6x - 5 = 0$.

V - A área do triângulo ADC é $\frac{9(\sqrt{3} + 1)}{2}$.

RASCUNHO

Questão 10

Na figura ao lado,



$\overline{AB} = \overline{AC}$

$C\hat{A}B = \dfrac{A\hat{C}B}{2}$

$\overline{CD}$ é a bissetriz interna de $A\hat{C}B$

$\overline{AH}$ é a altura relativa a $\overline{CB}$.

Indique as afirmativas verdadeiras:

I - $\overline{AD} = \overline{CD}$

II - $C\hat{B}A = 18^\circ$

III - $\dfrac{\overline{CD}}{\overline{DB}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

IV - $\text{sen}\ 18^\circ = \dfrac{\overline{CD}}{2\,\overline{AB}}$

V - Os triângulos ACD e CDB são semelhantes.

Questão 11

Sobre funções trigonométricas, indique as afirmativas verdadeiras:

I - $\text{sen}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \cos(x - \pi) \cdot \text{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = $
$= \text{sen}\,x \cdot \cos^2 x$

II - $\dfrac{1 - \text{sen}\,x}{1 + \text{sen}\,x} = (\sec x - \text{tg}\,x)^2$

III - O gráfico da função $f(x) = \text{sen}\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{2}\right)$ é simétrico em relação à origem.

IV - A soma das duas soluções positivas de menor valor da equação $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ é $\frac{5\pi}{4}$.

V - Sendo $\cos x = 1 - a$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$, então $\text{sen}\,\frac{x}{2} + \cos\,\frac{x}{2} = \dfrac{\sqrt{2}\,(\sqrt{a} + \sqrt{2 - a})}{2}$.

RASCUNHO

QUESTÕES DE 12 A 20

INSTRUÇÃO: Efetue os cálculos necessários e marque o resultado na Folha de Respostas.

Questão 12

Um vendedor de carros recebe salário fixo de CR$ 36.000,00, mais uma comissão de 5% sobre o total das vendas por ele efetuadas. Sabendo-se que, num determinado mês, recebeu CR$ 120.000,00 e, no mês anterior, $\frac{2}{3}$ deste valor e ainda que a razão entre as vendas desses dois meses é a fração irredutível $\frac{a}{b}$, determine $a + b$.

Questão 13

A divisão de $P(x)$ por $x^2 + 2x + 3$ tem quociente $2x - 3$ e resto $mx + n$. O resto da divisão de $P(x)$ por $x + 3$ é zero. Sabendo-se que $P(0) = 3$, calcule $P(3)$.

Questão 14

Se $\log_{\sqrt{3}} x$, 8^{x-1}, $\log_x 3$ formam, nesta ordem, uma progressão geométrica, calcule $30x$.

Questão 15

Sendo os números representados por $\frac{2}{3^x - 3^{x-1}}$, $|\sqrt{y} + 3|$ e $\sqrt{6}$ diretamente proporcionais a 1, $2\sqrt{3}$, $3^{\log_9 2}$, calcule $x^{-1} \cdot y$.

Questão 16

O sistema $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ \log_2 (x + 2) - \log_{1/2} y = 1 \end{cases}$ tem como solução $(p, q) \in Z_+ \times R$.

Calcule $(8p)^q$.

RASCUNHO

Questão 17

Na feira, uma dona-de-casa verificou que as barracas A, B e C tinham preços diferentes por quilo de produto, conforme a tabela abaixo:

	TOMATE	BATATA	CEBOLA
A	CR$ 40,00	CR$ 50,00	CR$ 30,00
B	CR$ 50,00	CR$ 40,00	CR$ 40,00
C	CR$ 50,00	CR$ 40,00	CR$ 30,00

Comprando x quilos de tomates, y quilos de batatas e z quilos de cebolas, tanto na barraca **A** quanto na **B**, a dona-de-casa gastaria a mesma quantia: CR$ 260,00; comprando as mesmas quantidades na barraca **C**, ela economizaria CR$ 10,00. Determine $x + y + z$.

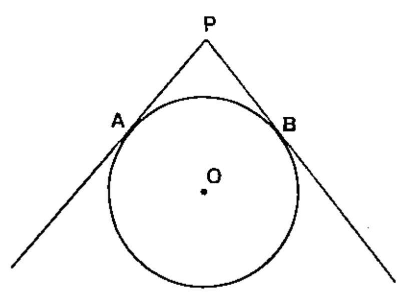
Questão 18

No desenvolvimento do binômio $(x + 1)^n$, segundo as potências decrescentes de x, o coeficiente do 4º termo é $\frac{10}{3}$ do coeficiente do 6º termo. Calcule a soma do 3º, 4º e 5º termo, para $x = -1$.

Questão 19

Determine quantos números pares, formados por três algarismos distintos escolhidos entre 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, se podem formar, de modo que a soma dos algarismos seja par.

Questão 20



Na figura acima, PA e PB são tangentes à circunferência de centro **O** e raio 6 u.c.. Sabendo-se que $\overline{PO}$ = 10 u.c. e $\alpha = A\hat{P}B$, determine $100 \cos\alpha$.

RASCUNHO

QUESTÕES ESPECÍFICAS - DE 21 A 25

QUESTÕES 21 E 22

INSTRUÇÃO: Efetue os cálculos necessários e marque o resultado na Folha de Respostas.

Questão 21

No triângulo ABC, $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = \sqrt{7}$ e $B\hat{A}C = 60°$. Determine $\overline{AC}^2$.

Questão 22

As equações $y = 2x - 2$ e $y = mx + n$ representam duas retas paralelas e tangentes à circunferência $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0$. Determine $m^2 + n^2$.

QUESTÕES DE 23 A 25

INSTRUÇÃO: Assinale as proposições corretas, some os números a elas associados e marque o resultado na Folha de Respostas.

Questão 23

Numa pirâmide **P**, quadrangular regular, a aresta da base mede 4 cm, e o apótema de **P** forma um ângulo de 60° com o plano da base. Um plano paralelo à base intercepta **P**, formando uma pirâmide menor **P'** e um tronco de pirâmide **T**. Sendo a aresta lateral de **P'** igual a $\frac{\sqrt{10}}{2}$ cm, pode-se concluir:

(01) A altura de **P** é $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.

(02) A área total de **P** é 48 cm².

(04) O volume de **T** é $(32\sqrt{3} - \sqrt{6})$ cm³.

(08) A área de uma face lateral de **T** é 7 cm².

(16) O volume do cilindro circunscrito a **P** é $16\sqrt{3}\pi$ cm³.

(32) O raio da esfera inscrita em **P'** é $\frac{\sqrt{6}}{6}$ cm.

RASCUNHO

Questão 24

Considerando-se as funções definidas pelas sentenças $f(x) = \cos x$ e $g(x) = \text{arc sen}\, x$, pode-se afirmar:

(01) $g(-\frac{1}{2}) + g(f(\frac{21\pi}{4})) = \frac{\pi}{12}$

(02) $f(4) < f(5)$

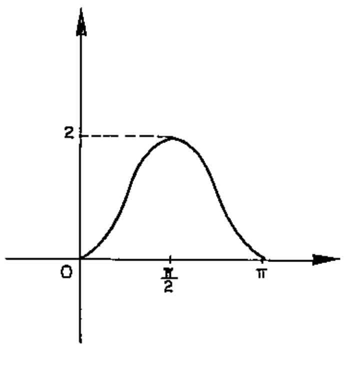
(04) O domínio da função $y = g(x - 3)$ é $[2, 4]$.

(08) $(f \circ g)(x) = \sqrt{1 - x^2}$

(16) $f(2x - \frac{\pi}{4}) \geq 0 \Longrightarrow$

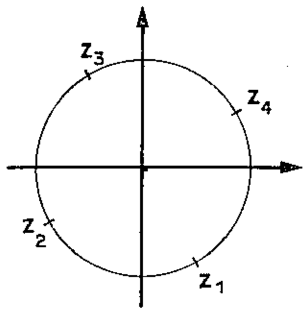
$\Longrightarrow k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

(32) O gráfico de $h(x) = 1 - f(2x - \pi)$, em um período, é:



RASCUNHO

Questão 25



Os números complexos z_1, z_2, z_3, z_4, representados no plano cartesiano acima, são as raízes quartas do complexo z, tal que $|z| = 1$. Sendo $\text{Re}(z_1) = \frac{1}{2}$, pode-se afirmar:

(01) $z_4^{30} = 1$ ou z_4^{30} é um imaginário puro.

(02) O simétrico de iz_2^2, em relação ao eixo das abscissas, é z_2.

(04) $\arg\left[\dfrac{(z_1)^3 \cdot z_2}{z_3}\right] = \pi$

(08) $|2z_3 + 4z_2| = \sqrt{20}$

(16) $z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

(32) Uma das raízes quadradas de z_1 é $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$.

RASCUNHO