

MATEMÁTICA: FUNÇÃO

DEFINIÇÃO

Dados dois conjuntos não vazios A e B, uma relação que associa a cada elemento $x \in A$ um único elemento $y \in B$ recebe o nome de função de A em B.

DOMÍNIO, CONTRADOMÍNIO E IMAGEM

Seja $f: A \rightarrow B$ uma função.

- O conjunto A é chamado de domínio de f ;
- O conjunto B é chamado de contradomínio de f ;
- O conjunto imagem é o subconjunto do contradomínio constituído pelos elementos y que são imagem de algum $x \in A$.

Quando não é explicitado, o conjunto domínio e o contradomínio é o conjunto dos números reais.

Exceções:

- **Não existe divisão por zero.** Portanto, quando o x estiver no denominador, o denominador não pode ser zero.
- **Não existe raiz de números negativos no conjunto dos reais.** Portanto, quando tiver uma raiz, a sentença que está dentro dela deve ser maior ou igual a zero.

CONCEITOS

SINAL DA FUNÇÃO

- Os pontos de intersecção do gráfico com o eixo Ox apresentam ordenadas $y = 0$, suas abscissas são tais que $f(x_0) = 0$. Essas abscissas x_0 são zeros ou raízes da função f .
- Os pontos do gráfico situados acima do eixo Ox apresentam ordenadas positivas e, portanto, $f(x) > 0$.
- Os pontos do gráfico situados abaixo do eixo Ox apresentam ordenadas negativas e, portanto, $f(x) < 0$.

CRESCIMENTO/DECRESCIMENTO

- A função é crescente quando para $x_2 > x_1$, temos $f(x_2) > f(x_1)$.
- A função é decrescente quando para $x_2 > x_1$, temos $f(x_2) < f(x_1)$.

MÁXIMO/MÍNIMO

São os pontos de inflexão do gráfico, onde eles passam de crescente para decrescente e vice-versa.

SIMETRIAS

- **Função par:** $f(-x) = f(x)$. O gráfico de uma função par possui simetria em relação ao eixo y .
- **Função ímpar:** $f(-x) = -f(x)$. O gráfico de uma função ímpar possui simetria em relação à origem.
- **Função nem par nem ímpar:** $f(-x) \neq |f(x)|$. O gráfico não possui simetria.

CLASSIFICAÇÃO

SOBREJETORA

Uma função $f: A \rightarrow B$ é sobrejetora quando, para todo y pertencente a B, existe um x pertencente a A tal que $f(x) = y$. $\text{Im}(f) = B$. Em outras palavras, não “sobra” elementos em B. Graficamente, reconhecemos uma função sobrejetora quando, qualquer que seja a reta horizontal que interceptar o eixo y , interceptar, também, pelo menos uma vez o gráfico da função.

INJETORA

Uma função $f: A \rightarrow B$ é injetora quando, para todo x_1 e x_2 pertencentes a A, se $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$. Graficamente, reconhecemos uma função injetora quando qualquer paralela ao eixo Ox interceptar o gráfico de f uma única vez.

BIJETORA

Uma função $f: A \rightarrow B$ é bijetora quando f é sobrejetora e injetora.

FUNÇÃO INVERSA

- Para uma função possuir inversa ela deve ser bijetora;
- Encontramos a função inversa trocando o x pelo y e isolando o y .
- O gráfico da função inversa é simétrica à função original em relação à bissetriz do 1º e 3º quadrante.

FUNÇÃO COMPOSTA

Só é possível compor as funções **g** com **f** se o conjunto da imagem **f** for o domínio da função **g**.

Notação:

$$g \circ f = g[f(x)]$$

EXEMPLOS

-Sejam $f(x) = x + 2$ e $f[g(x)] = 2x - 3$.

Calcule $g(x)$:

$$\begin{aligned}f[g(x)] &= g(x) + 2 \\2x - 3 &= g(x) + 2 \\g(x) &= 2x - 5\end{aligned}$$

- Sejam $g(x) = x - 7$ e $f[g(x)] = 3x - 1$.

Calcule $f(x)$:

$$\begin{aligned}g(x) &= x - 7 \rightarrow x = g(x) + 7 \\f[g(x)] &= 3x - 1 = 3(g(x) + 7) - 1 \\f[g(x)] &= 3 \cdot g(x) + 20 \\f(x) &= 3x + 20\end{aligned}$$