FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS

EESP

Escola de Economia de São Paulo

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS

EESP

Escola de Economia de São Paulo

PROCESSO SELETIVO

1.º SEMESTRE DE 2011

PROCESSO SELETIVO

1.º SEMESTRE DE 2011

3. Caderno 1

Prova da 2.ª Fase

Matemática

assinatura do candidato

- ✓ Confira seus dados impressos na capa deste caderno.
- ✓ A duração da prova é de 2 horas.
- ✓ Antes de começar a responder, favor conferir se este caderno contém 04 questões discursivas.
- ✓ As respostas podem ser feitas a tinta ou a lápis, mas devem estar legíveis.
- ✓ A saída do prédio será permitida após transcorridos 30 minutos a partir do início da prova.
- ✓ Favor não se identificar no corpo da prova, para não tê-la anulada.

FUNDAÇÃO vunesp

19.12.2010

8h

FUNDAÇÃO vunesp

19.12.2010

8h

NÃO ESCREVA NESTE ESPAÇO

01. Seja $(a_1, a_2, a_3, \ldots)$ uma sequência com as seguintes propriedades:

(i) $a_1 = 1$.

(ii) $a_{2n} = n \cdot a_n$, para qualquer n inteiro positivo.

(iii) $a_{2n+1} = 2$, para qualquer n inteiro positivo.

a) Indique os 16 primeiros termos dessa sequência.

b) Calcule o valor de $a_{2^{50}}$.

RASCUNHO

RESOLUÇÃO E RESPOSTA

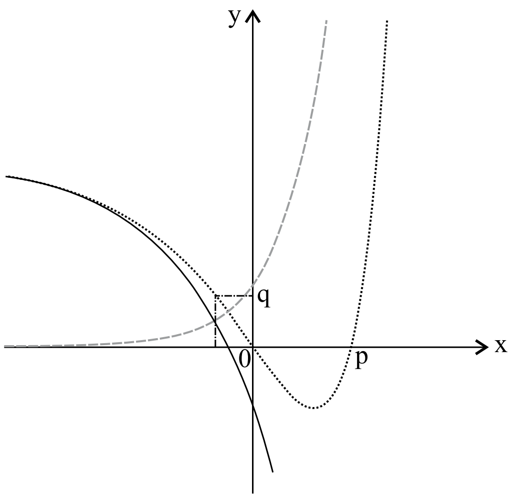
RESERVADO À BANCA CORRETORA

a)

b)

TOTAL

02. A figura indica os gráficos das funções f, g, h, todas de IR em IR, e algumas informações sobre elas.



(i) $f(x) = 3 - 2^{x+2}$

(ii) $g(x) = 2^{2x}$

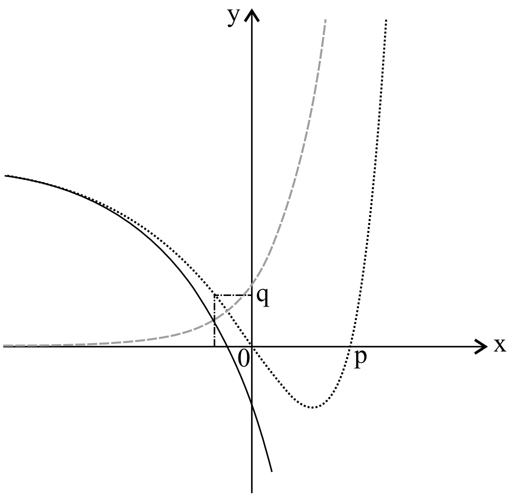
(iii) $h(x) = f(x) + g(x)$, para qualquer x.

a) Indique, na figura de seu espaço de respostas, quais são os gráficos das funções f, g, h. Em seguida, calcule p.

b) Calcule q.

RASCUNHO

RESOLUÇÃO E RESPOSTA



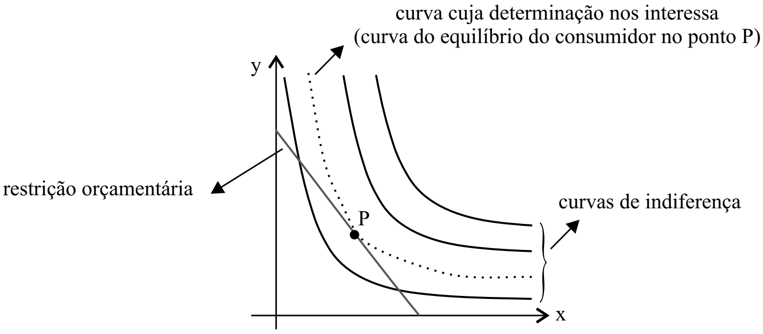
RESERVADO À BANCA CORRETORA

a)

b)

TOTAL

03. Em microeconomia, com alguma frequência, são estudados problemas envolvendo curvas de indiferença do consumidor com relação à aquisição de dois bens (x e y, por exemplo), em associação à curva de restrição orçamentária do consumidor para aquisição desses bens. Do ponto de vista matemático, o que interessa nesse tipo de problema é a identificação de uma função (a partir de uma família de funções das curvas de indiferença), cujo gráfico seja tangente ao gráfico da função de restrição orçamentária, bem como a determinação do ponto de tangência P, que representa o equilíbrio do consumidor.



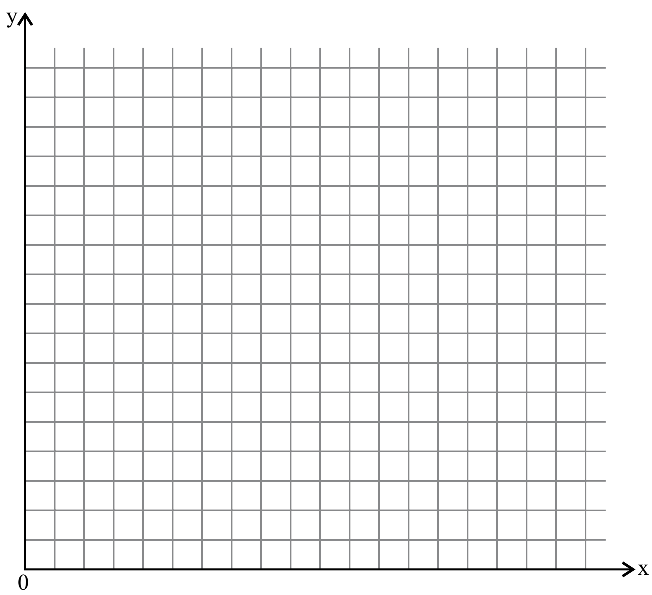
Admita que a família de curvas de indiferença (com x e y positivos) seja dada por $y = \frac{k}{x}$, com $k \in \left]0,100\right]$, e que a restrição orçamentária do consumidor em relação aos bens x e y seja dada por $y = -3x + 9$.

a) Faça um esboço, no plano cartesiano, dos gráficos da restrição orçamentária, e das curvas de indiferença para $k = 4$ e $k = 12$.

b) Determine o valor de k na situação de equilíbrio do consumidor e, em seguida, calcule as coordenadas do ponto P de equilíbrio do consumidor (observação: neste problema, tanto k, quanto x e y do ponto P não são números inteiros).

RASCUNHO

RESOLUÇÃO E RESPOSTA



RESERVADO À BANCA CORRETORA

a)

b)

TOTAL

04. Os alunos de uma classe foram consultados sobre quatro possibilidades diferentes de horário para o exame final da disciplina (possibilidades A, B, C e D). Cada aluno ordenou sua preferência da 1.ª à 4.ª escolha (a 1.ª é a mais desejada, e a 4.ª a menos desejada). A apuração dos resultados dessa consulta mostrou que foram escolhidas apenas 9 ordenações diferentes, dentre as 24 possíveis. A tabela indica os resultados da consulta com os dados agrupados.

Número de votos	3	4	7	8	2	5	8	2	11
1.ª escolha	A	A	A	B	B	B	C	C	D
2.ª escolha	B	B	C	C	A	C	D	A	C
3.ª escolha	C	D	B	D	C	A	B	D	A
4.ª escolha	D	C	D	A	D	D	A	B	B

Exemplo: do total de 50 alunos, 3 preferem A à B, B à C e C à D (primeira coluna da tabela).

a) Usando os dados da tabela, determine o horário vencedor, e com que porcentagem de votos, em uma eleição majoritária simples.

Definição: eleição majoritária simples é aquela em que se leva em consideração apenas a 1.ª escolha de cada eleitor.

b) Admita, agora, que são atribuídos peso quatro (4 pontos) à 1.ª escolha de cada aluno, três (3 pontos) à 2.ª escolha, dois (2 pontos) à 3.ª escolha e um (1 ponto) à 4.ª escolha.

Dada a matriz $V_{1x9} = [3 \quad 4 \quad 7 \quad 8 \quad 2 \quad 5 \quad 8 \quad 2 \quad 11]$, determine a matriz P_{9x4} de forma que $V_{1x9} \cdot P_{9x4}$ resulte a matriz $T_{1x4} = [A \quad B \quad C \quad D]$ do total de pontos dos horários A, B, C e D. Em seguida, ordene a classificação dos quatro horários, do que obteve mais pontos para o que obteve menos pontos.

RASCUNHO

RESOLUÇÃO E RESPOSTA

RESERVADO À BANCA CORRETORA

a)

b)

TOTAL