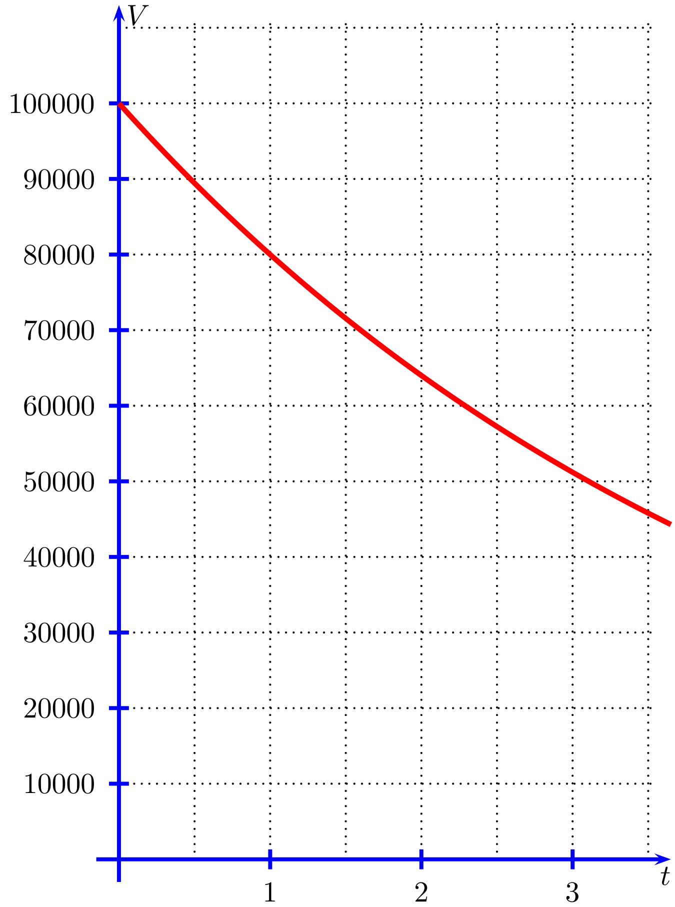
Utilize as informações a seguir para as questões 1, 2 e 3.

Uma empresa de transporte de carga estima em 20% ao ano a taxa de depreciação de cada caminhão de sua frota. Ou seja, a cada ano, o valor de seus veículos se reduz em 20%. Assim, o valor V, em reais, de um caminhão adquirido por R$ 100.000,00, t anos após sua compra, é dado por

$$V = 100000 \cdot (0,8)^t.$$

O gráfico a seguir representa os primeiros 3 anos dessa relação.



1. Um funcionário da empresa fez os cálculos a seguir para um caminhão com três anos de uso.

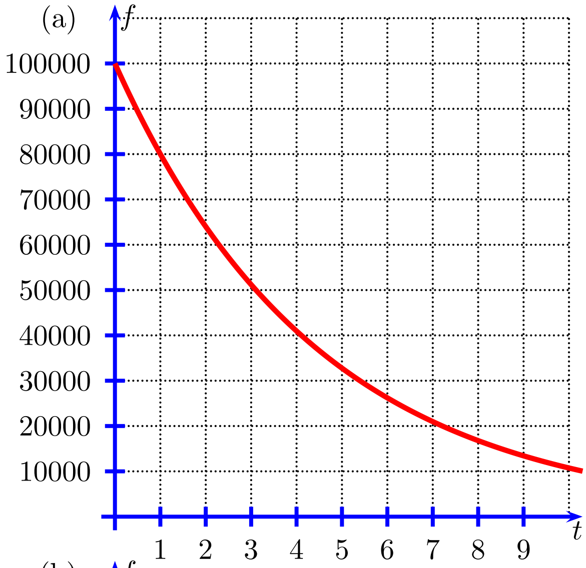
Depreciação percentual: (3 anos) x (20% de depreciação por ano) = 60%
Valor da depreciação: R$ 100.000,00 x 60% = R$ 60.000,00
Valor do caminhão após 3 anos: (R$ 100.000,00 - R$ 60.000,00) = R$ 40.000,00

Em relação ao valor dado pelo gráfico que relaciona V e t, o valor de R$40.000,00 obtido pelo funcionário foi aproximadamente

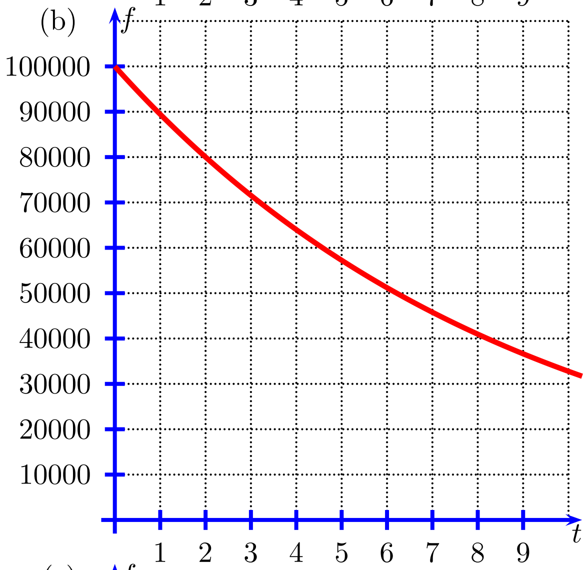
(a) R$20.000,00 mais baixo.
(b) R$10.000,00 mais baixo.
(c) o mesmo.
(d) R$10.000,00 mais alto.
(e) R$20.000,00 mais alto.

2. Para cada caminhão, a área financeira da empresa criou um fundo para repor a depreciação. Em cada instante t, o fundo deve ter exatamente o dinheiro necessário para completar, sobre o valor do caminhão depreciado, os R$ 100.000,00, preço de um caminhão novo. O gráfico que melhor representa o dinheiro disponível nesse fundo (f) ao longo do tempo para um caminhão é

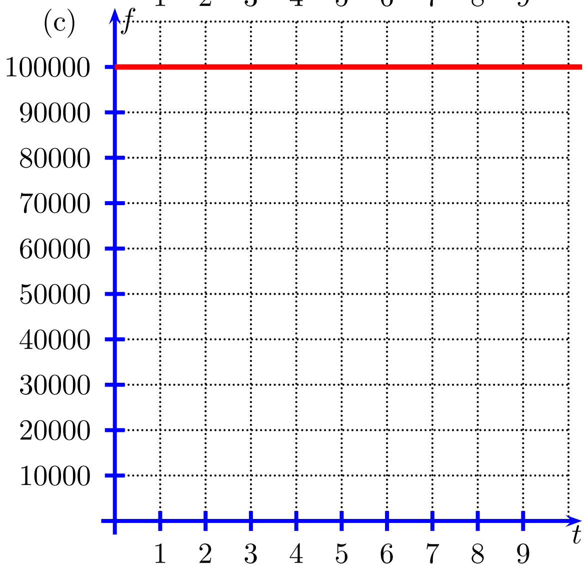
(a)



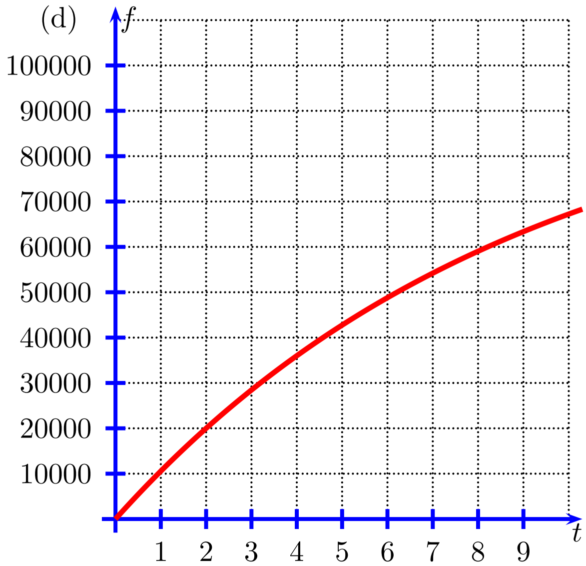
(b)



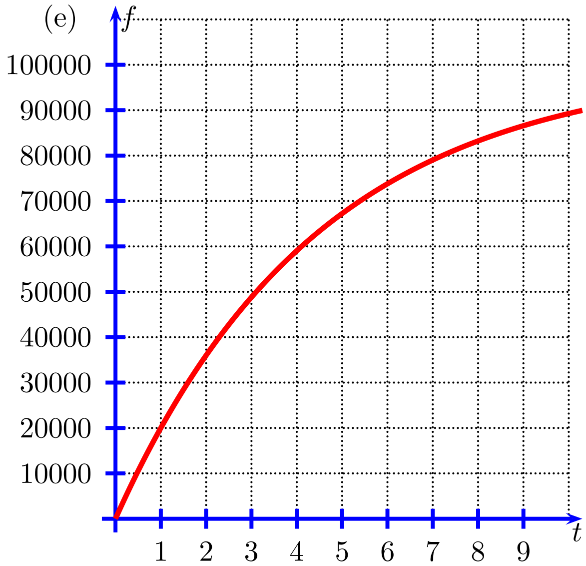
(c)



(d)



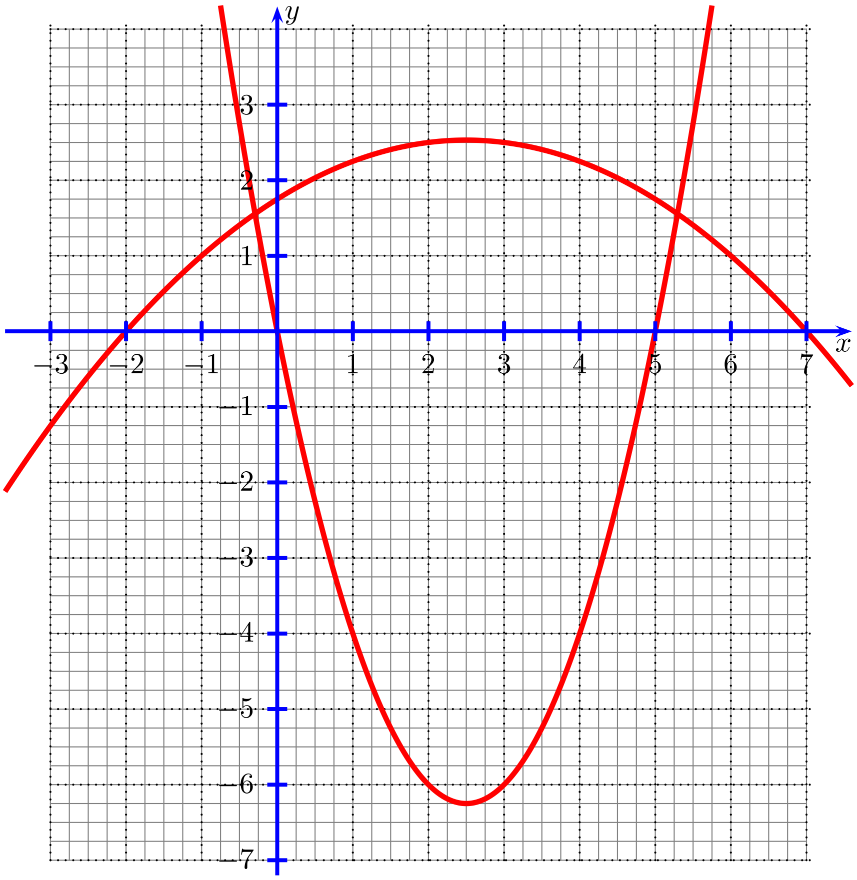
(e)



3. Pela política da empresa, quando o valor de um caminhão atinge 25% do valor pelo qual foi comprado, ele deve ser vendido, pois o custo de manutenção passa a ficar muito alto. Considerando a aproximação $\log 2 = 0,30$, os caminhões dessa empresa são vendidos aproximadamente

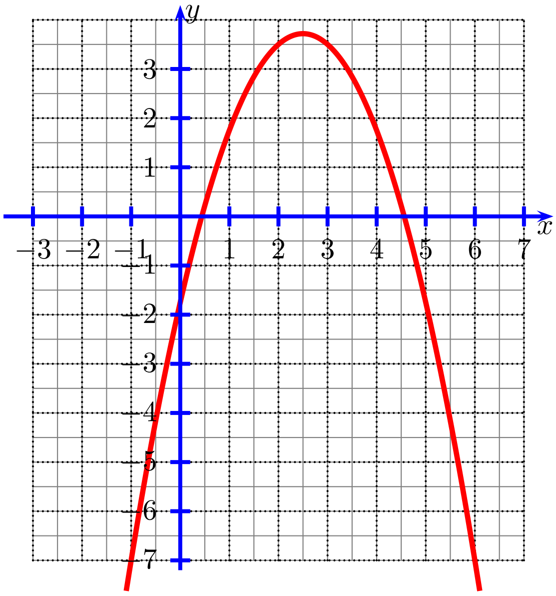
   (a) 3 anos após sua compra.
   (b) 4 anos após sua compra.
   (c) 6 anos após sua compra.
   (d) 8 anos após sua compra.
   (e) 10 anos após sua compra.

4. No gráfico abaixo estão representadas duas funções polinomiais do segundo grau $f(x)$ e $g(x)$, ou seja, as curvas são duas parábolas.

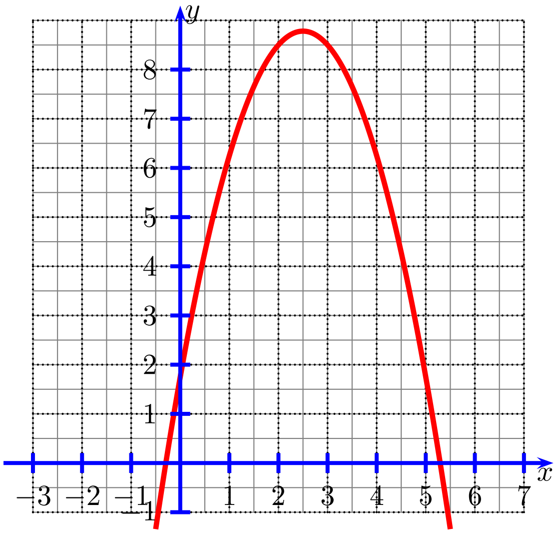


O gráfico que melhor representa a função $h(x) = f(x) + g(x)$ é

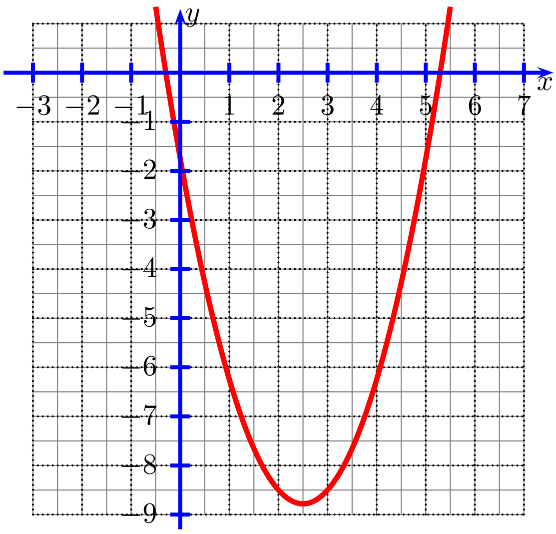
(a)


y
x
−3 −2 −1 1 2 3 4 5 6 7
3 2 1 −1 −2 −3 −4 −5 −6 −7

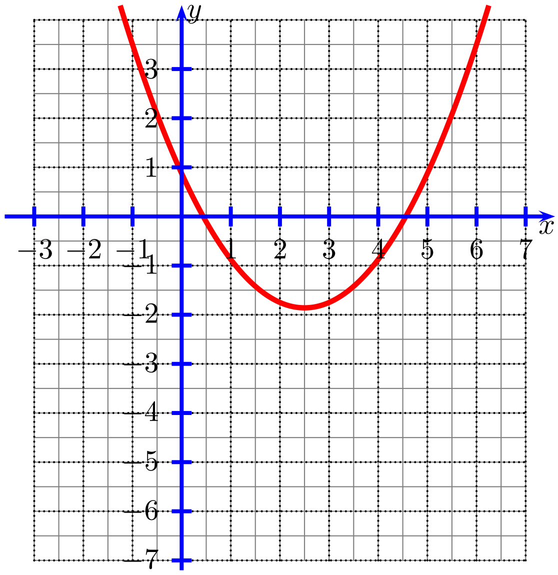
(b)


y
x
−3 −2 −1 1 2 3 4 5 6 7
8 7 6 5 4 3 2 1 −1

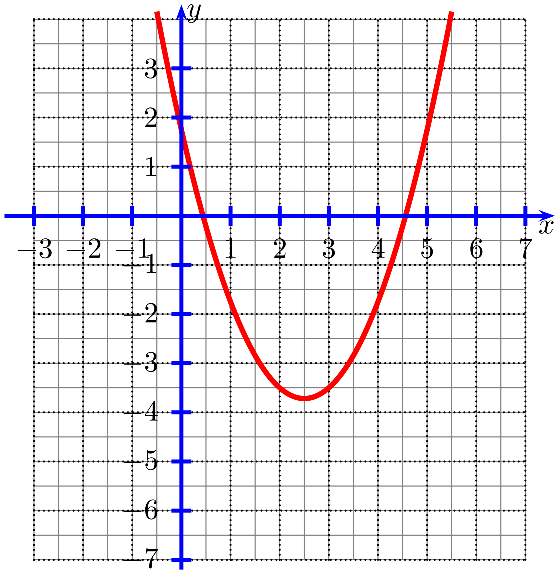
(c)


y
x
−3 −2 −1 1 2 3 4 5 6 7
−1 −2 −3 −4 −5 −6 −7 −8 −9

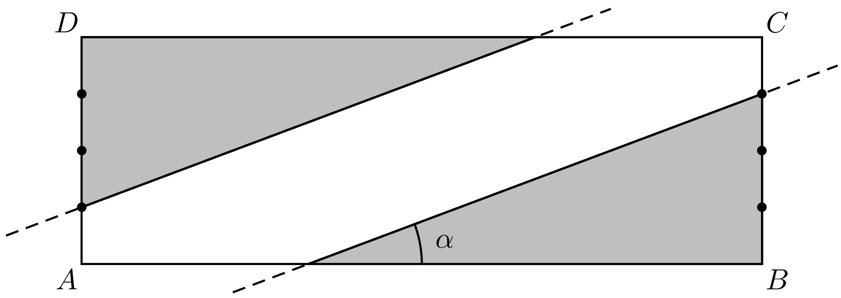
(d)


y
x
−3 −2 −1 1 2 3 4 5 6 7
3 2 1 −1 −2 −3 −4 −5 −6 −7

(e)


y
x
−3 −2 −1 1 2 3 4 5 6 7
3 2 1 −1 −2 −3 −4 −5 −6 −7

5. O retângulo da figura, cuja base $\overline{AB}$ mede o triplo da altura $\overline{BC}$, foi dividido em três regiões por meio de duas retas paralelas.

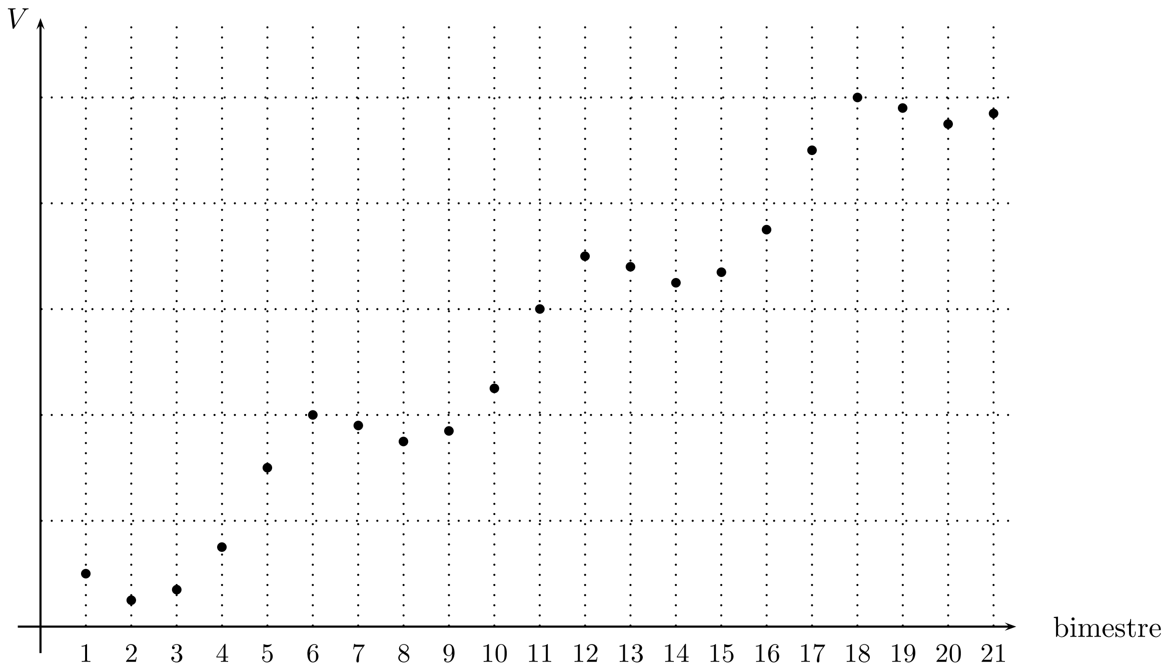


Os pontos marcados sobre os lados $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ dividem esses lados em quatro partes de medidas iguais. Se a área da faixa central é igual à soma das áreas dos triângulos sombreados, então o ângulo α é tal que

(a) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{4}$.
(b) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{10}$.
(c) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{3}$.
(d) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{8}$.
(e) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{5}$.

Utilize as informações a seguir para as questões 6 e 7.

O gráfico a seguir mostra as vendas bimestrais (V), em unidades monetárias, de um fabricante de sorvetes ao longo de três anos e meio.



6. Se o bimestre 1 corresponde aos meses de março e abril de 2007, então, no período considerado, o bimestre em que as vendas atingiram seu maior valor corresponde aos meses de

   (a) janeiro e fevereiro de 2009.
   (b) março e abril de 2009.
   (c) novembro e dezembro de 2009.
   (d) janeiro e fevereiro de 2010.
   (e) março e abril de 2010.

7. Observando o gráfico, um estudante de administração de empresas percebeu dois aspectos importantes do comportamento das vendas desse fabricante de sorvetes:

   - ao longo de um ano, as vendas oscilam, apresentando um período de crescimento e outro de queda;
   - a média das vendas dos seis bimestres de um mesmo ano vem aumentando ano a ano.

   Dentre as expressões a seguir, em que t é o tempo decorrido em bimestres, a única que define uma função que pode ser usada para representar V de forma que os dois aspectos levantados pelo estudante apareçam nessa representação é

   (a) $V = 100 \cdot \cos\frac{\pi t}{3}$.
   (b) $V = 100 \cdot \left(t + 2\cos\frac{\pi t}{3}\right)$.
   (c) $V = 100 \cdot \left(\operatorname{sen}\frac{\pi t}{3} + \cos\frac{\pi t}{3}\right)$.
   (d) $V = 100 \cdot (t + 2)$.
   (e) $V = 100 \cdot \left(t^2 + 2\right)$.

8. Os pontos $A(-1, -3)$ e $B(6, -2)$ pertencem a uma circunferência do plano cartesiano cujo centro é o ponto C. Se a área do triângulo ABC é $\frac{25}{2}$, então a medida do raio dessa circunferência é igual a

   (a) 5.
   (b) $5\sqrt{2}$.
   (c) $5\sqrt{3}$.
   (d) 10.
   (e) $10\sqrt{2}$.

9. A tabela da Copa do Mundo de 2014, divulgada em outubro último, definiu as quantidades de jogos que serão realizados em cada uma das 12 cidades sedes, informadas parcialmente a seguir.

Cidade	**Número de jogos**
Belo Horizonte	???
Brasília	7
Cuiabá	4
Curitiba	4
Fortaleza	6
Manaus	4
Natal	4
Porto Alegre	5
Recife	5
Rio de Janeiro	7
Salvador	6
São Paulo	???

Na 1ª fase, haverá oito grupos com quatro seleções em cada um, devendo cada seleção enfrentar uma única vez todos os integrantes do seu grupo. Na fase de oitavas de final, cada uma das 16 equipes classificadas jogará uma única vez, o mesmo ocorrendo nas quartas de final com as oito equipes classificadas. Depois disso, restarão ainda quatro jogos (semifinais, disputa de 3º lugar e final) para definir o campeão mundial. Sabendo que São Paulo e Belo Horizonte abrigarão o mesmo número de jogos, conclui-se que haverá, em cada uma dessas duas cidades, um total de

(a) 4 jogos.
(b) 5 jogos.
(c) 6 jogos.
(d) 7 jogos.
(e) 8 jogos.

10. Um grupo de pesquisadores estudou a relação entre a presença de um gene A em um indivíduo e a chance desse indivíduo desenvolver uma doença X, que tem tratamento mas não apresenta cura. Os dados do estudo mostraram que 8% da população é portadora do gene A e 10% da população sofre da doença X. Além disso, 88% da população não é portadora do gene A nem sofre da doença X. De acordo com esses dados, se uma pessoa sofre da doença X, então a probabilidade de que seja portadora do gene A é igual a

(a) 90%.
(b) 80%.
(c) 75%.
(d) 66%.
(e) 60%.

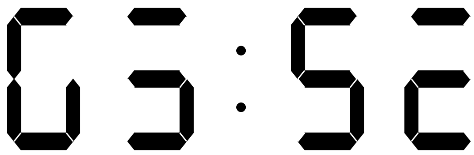
Utilize as informações a seguir para as questões 11 e 12.

Os espaços retangulares onde são indicados os algarismos no mostrador de um relógio digital são compostos por sete barras luminosas, que podem estar acesas ou não, dependendo do algarismo que está sendo representado. A figura a seguir mostra as barras luminosas que ficam acesas na representação de cada um dos dez algarismos do nosso sistema de numeração.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Como o relógio só indica as horas e os minutos, o mostrador possui apenas quatro espaços retangulares para representar os algarismos. Assim, ao longo de um dia, o relógio faz 1440 indicações diferentes de horários, começando por 00:00 e terminando em 23:59.

11. Suponha, apenas nesta questão, que o relógio esteja com defeito: em cada um dos quatro espaços do mostrador, há uma barra luminosa que não está acendendo. Nos quatro espaços, a barra defeituosa está localizada na mesma posição do retângulo. Assim, se o relógio estiver marcando



,

conclui-se que o horário indicado é

(a) 03:52.
(b) 03:56.
(c) 05:52.
(d) 05:56.
(e) 23:53.

12. Dependendo do horário indicado no relógio, o número total de barras luminosas que estão acesas é diferente. Por exemplo, às 13:00, o total de barras luminosas acesas é dado por $2 + 5 + 6 + 6$, ou seja, 19. Ao longo de um dia, pode-se observar 25 das 28 barras luminosas simultaneamente acesas por um total de

(a) 2 minutos.
(b) 3 minutos.
(c) 5 minutos.
(d) 6 minutos.
(e) 9 minutos.

13. Dado um número real a, com $a > 1$, define-se a seguinte sequência de matrizes quadradas:

$$A_1 = [1], A_2 = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} a^2 & a & 1 \\ 0 & a^2 & a \\ 0 & 0 & a^2 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} a^3 & a^2 & a & 1 \\ 0 & a^3 & a^2 & a \\ 0 & 0 & a^3 & a^2 \\ 0 & 0 & 0 & a^3 \end{bmatrix}, \ldots$$

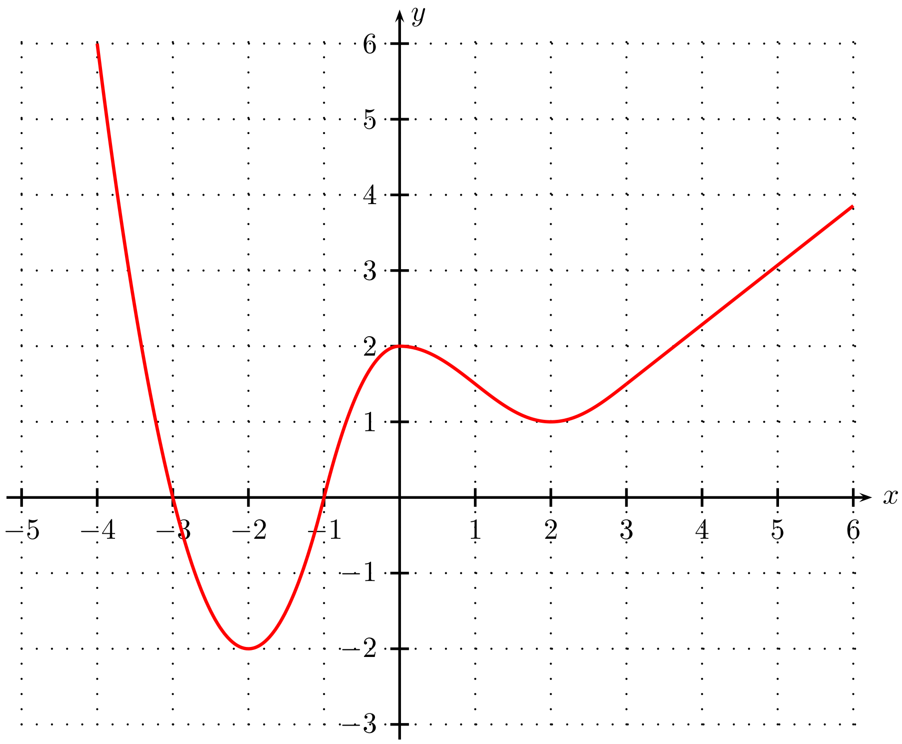
Representando o determinante de uma matriz quadrada M por det(M), considere agora a sequência numérica

$$(\det(A_1), \det(A_2), \det(A_3), \det(A_4), \ldots).$$

Essa sequência numérica

(a) é uma progressão aritmética de razão 2.
(b) é uma progressão aritmética de razão a^2.
(c) é uma progressão geométrica de razão a.
(d) é uma progressão geométrica de razão a^2.
(e) não é uma progressão aritmética nem uma progressão geométrica.

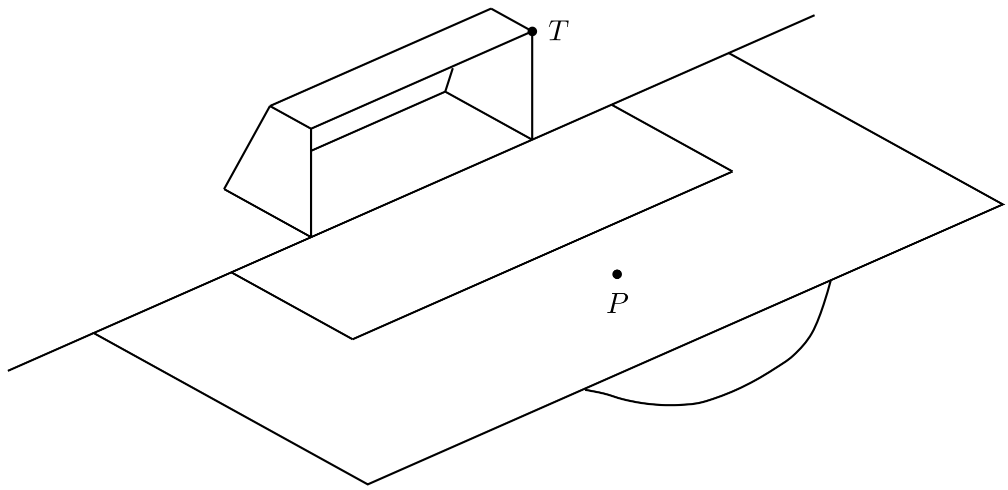
14. A figura a seguir mostra o gráfico da função $f(x)$.



O número de elementos do conjunto solução da equação $|f(x)| = 1$, resolvida em $\mathbb{R}$, é igual a

(a) 6.
(b) 5.
(c) 4.
(d) 3.
(e) 2.

15. A figura mostra parte de um campo de futebol, em que estão representados um dos gols e a marca do pênalti (ponto P).



Considere que a marca do pênalti equidista das duas traves do gol, que são perpendiculares ao plano do campo, além das medidas a seguir, que foram aproximadas para facilitar as contas.

- Distância da marca do pênalti até a linha do gol: 11 metros.
- Largura do gol: 8 metros.
- Altura do gol: 2,5 metros.

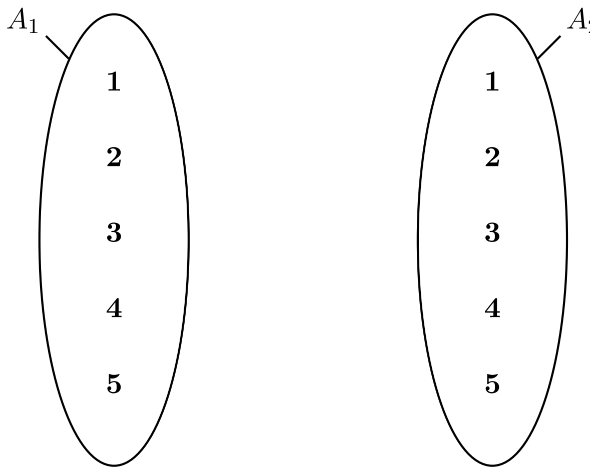
Um atacante chuta a bola da marca do pênalti e ela, seguindo uma trajetória reta, choca-se contra a junção da trave esquerda com o travessão (ponto T). Nessa situação, a bola terá percorrido, do momento do chute até o choque, uma distância, em metros, aproximadamente igual a

(a) 12.
(b) 14.
(c) 16.
(d) 18.
(e) 20.

16. O preço de um produto na loja A é 20% maior do que na loja B, que ainda oferece 10% de desconto para pagamento à vista. Sérgio deseja comprar esse produto pagando à vista. Nesse caso, para que seja indiferente para ele optar pela loja A ou pela B, o desconto oferecido pela loja A para pagamento à vista deverá ser de

(a) 10%.
(b) 15%.
(c) 20%.
(d) 25%.
(e) 30%.

17. O conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ foi representado duas vezes, na forma de diagrama, na figura abaixo.



Para definir uma função sobrejetora $f : A \to A$, uma pessoa ligou cada elemento do diagrama A_1 com um único elemento do diagrama A_2, de modo que cada elemento do diagrama A_2 também ficou ligado a um único elemento do diagrama A_1. Sobre a função f assim definida, sabe-se que:

- $f(f(3)) = 2$
- $f(2) + f(5) = 9$

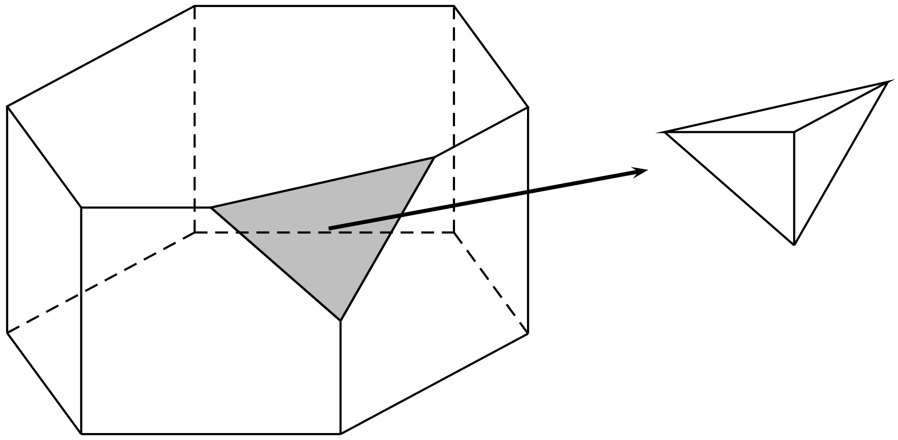
Com esses dados, pode-se concluir que $f(3)$ vale

(a) 1.
(b) 2.
(c) 3.
(d) 4.
(e) 5.

18. No conjunto dos números complexos, o número 1 apresenta três raízes cúbicas: 1, $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ e $\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$. Os pontos que correspondem às representações desses três números no plano de Argand Gauss são vértices de um triângulo de área

(a) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.
(b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
(c) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.
(d) $\sqrt{3}$.
(e) 1.

19. De cada vértice de um prisma hexagonal regular foi retirado um tetraedro, como exemplificado para um dos vértices do prisma desenhado a seguir.



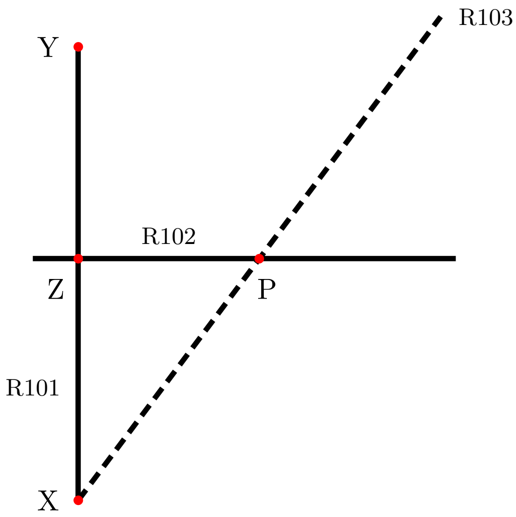
O plano que definiu cada corte feito para retirar os tetraedros passa pelos pontos médios das três arestas que concorrem num mesmo vértice do prisma. O número de faces do poliedro obtido depois de terem sido retirados todos os tetraedros é

(a) 24.
(b) 20.
(c) 18.
(d) 16.
(e) 12.

20. Recentemente, os jornais noticiaram que, durante o mês de outubro de 2011, a população mundial deveria atingir a marca de 7 bilhões de habitantes, o que nos faz refletir sobre a capacidade do planeta de satisfazer nossas necessidades mais básicas, como o acesso à água e aos alimentos. Estima-se que uma pessoa consuma, em média, 150 litros de água por dia. Assim, considerando a marca populacional citada acima, o volume de água, em litros, necessário para abastecer toda a população humana durante um ano está entre

(a) 10^{13} e 10^{14}.
(b) 10^{14} e 10^{15}.
(c) 10^{15} e 10^{16}.
(d) 10^{16} e 10^{17}.
(e) 10^{17} e 10^{18}.

21. Duas cidades X e Y são interligadas pela rodovia R101, que é retilínea e apresenta 300 km de extensão. A 160 km de X, à beira da R101, fica a cidade Z, por onde passa a rodovia R102, também retilínea e perpendicular à R101. Está sendo construída uma nova rodovia retilínea, a R103, que ligará X à capital do estado. A nova rodovia interceptará a R102 no ponto P, distante 120 km da cidade Z.



O governo está planejando, após a conclusão da obra, construir uma estrada ligando a cidade Y até a R103. A menor extensão, em quilômetros, que esta ligação poderá ter é

(a) 250.
(b) 240.
(c) 225.
(d) 200.
(e) 180.

Utilize as informações a seguir para as questões 22 e 23.

Dado um número real positivo x, define-se a sequência

$$(\log 4, \log 8, \log x)\,.$$

22. A sequência dada é uma progressão aritmética se, e somente se, o valor de x for igual a

(a) $8\sqrt{2}$.
(b) 12.
(c) $12\sqrt{2}$.
(d) 16.
(e) 20.

23. A sequência dada é uma progressão geométrica se, e somente se, o valor de x for igual a

   (a) $12\sqrt{2}$.
   (b) 16.
   (c) $16\sqrt{2}$.
   (d) 32.
   (e) $32\sqrt{2}$.

24. A equação

$$x^5 = 8x^2$$

   possui duas raízes imaginárias, cuja soma é

   (a) -2.
   (b) -1.
   (c) 0.
   (d) 1.
   (e) 2.

25. Dizemos que um conjunto numérico $\mathcal{C}$ é **fechado** pela operação $\bigstar$ se, e somente se, para todo $c_1, c_2 \in \mathcal{C}$, tem-se $(c_1 \bigstar c_2) \in \mathcal{C}$. A partir dessa definição, avalie as afirmações seguintes.

   (I) O conjunto $A = \{0, 1\}$ é fechado pela multiplicação.
   (II) O conjunto B de todos os números naturais que são quadrados perfeitos é fechado pela multiplicação.
   (III) O conjunto $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ é fechado pela adição.

   Está(ão) corretas(s)

   (a) apenas a afirmação I.
   (b) apenas as afirmações I e II.
   (c) apenas as afirmações I e III.
   (d) apenas as afirmações II e III.
   (e) as três afirmações.

26. Considere a sequência

$$\left(\cos\frac{\pi}{14}, \cos\frac{2\pi}{14}, \cos\frac{3\pi}{14}, \ldots, \cos\frac{n\pi}{14}, \ldots, \cos\frac{999\pi}{14}, \cos\frac{1000\pi}{14}\right).$$

   O total de elementos dessa sequência que são números inteiros é igual a

   (a) 0.
   (b) 35.
   (c) 71.
   (d) 105.
   (e) 142.

27. Considerando x uma variável real positiva, a equação

$$x^{x^2-6x+9} = x$$

possui três raízes, que nomearemos a, b e c. Nessas condições, o valor da expressão $a^2 + b^2 + c^2$ é

(a) 20.
(b) 21.
(c) 27.
(d) 34.
(e) 35.

28. Em uma escola que funciona em três períodos, 60% dos professores lecionam de manhã, 35% lecionam à tarde e 25% lecionam à noite. Nenhum professor da escola leciona tanto no período da manhã quanto no período da noite, mas todo professor leciona em pelo menos um período. Considerando-se apenas essas informações, assinale a alternativa em que os dados apresentados sobre esses professores são necessariamente verdadeiros.

	Professores da escola que lecionam **somente no período da tarde** representam, em relação ao total,	Professores da escola que lecionam **nos períodos da tarde e da noite** representam, em relação ao total,	Professores da escola que lecionam **somente no período da noite** representam, em relação ao total,
(a)	exatamente 15%	no máximo 20%	no mínimo 5%
(b)	exatamente 15%	no mínimo 20%	no máximo 5%
(c)	exatamente 20%	entre 5% e 15%	entre 10% e 20%
(d)	exatamente 25%	no máximo 20%	no mínimo 5%
(e)	exatamente 25%	no mínimo 20%	no máximo 5%

29. Uma das normas de um aeroporto X determina que o intervalo de tempo mínimo entre duas decolagens realizadas em sua única pista deve ser de 45 segundos. Seja Q a quantidade de decolagens realizadas no aeroporto X das 9h00min às 10h00min de um certo dia. Para que a referida norma **NÃO** tenha sido respeitada nesse período de uma hora

(a) é necessário e suficiente que $Q = 80$.
(b) é necessário que $Q = 81$.
(c) é necessário que $Q > 81$.
(d) é suficiente que $Q = 100$.
(e) é suficiente que $Q < 100$.

Utilize as informações a seguir para as questões 30 e 31.

Para decidir quem irá comer a última bolacha recheada do pacote, os irmãos Beto e Neto vão realizar um jogo, em que cada um apostará numa das faces (cara ou coroa) de uma moeda honesta. Em seguida, a moeda será lançada várias vezes, até que seja obtida, em três lançamentos consecutivos, uma mesma face. Essa face determinará o vencedor, encerrando-se o jogo.

30. Suponha que tenha sido registrada a face cara em 30 lançamentos, sem que ainda o vencedor do jogo tivesse sido determinado. Nesse caso, o total de lançamentos já realizados no jogo vale, no mínimo,

  (a) 44.
  (b) 45.
  (c) 59.
  (d) 60.
  (e) 90.

31. A probabilidade de que Beto ganhe o jogo imediatamente após o sétimo lançamento da moeda é igual a

  (a) $\frac{3}{64}$.
  (b) $\frac{5}{64}$.
  (c) $\frac{7}{64}$.
  (d) $\frac{5}{128}$.
  (e) $\frac{7}{128}$.

32. Em relação a um sistema de coordenadas cartesianas, os vértices de um tetraedro $OABC$ são tais que $O = (0, 0, 0)$ e A, B e C pertencem, respectivamente, aos eixos x, y e z. Seja α a medida do ângulo $O\hat{B}A$ com $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Se $AB = 1$ e $OC = \cos 2\alpha$, então o volume do tetraedro $OABC$ é igual a

  (a) $\dfrac{\cos 2\alpha}{12}$.
  (b) $\dfrac{\operatorname{sen} 4\alpha}{12}$.
  (c) $\dfrac{\operatorname{sen}^2\alpha \cos^2\alpha}{18}$.
  (d) $\dfrac{\cos 2\alpha}{24}$.
  (e) $\dfrac{\operatorname{sen} 4\alpha}{24}$.

33. Uma pessoa dispõe dos seis adesivos numerados reproduzidos a seguir, devendo colar um em cada face de um cubo.

$\boxed{\mathbf{2}}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\boxed{\mathbf{6}}$ $\boxed{\mathbf{8}}$

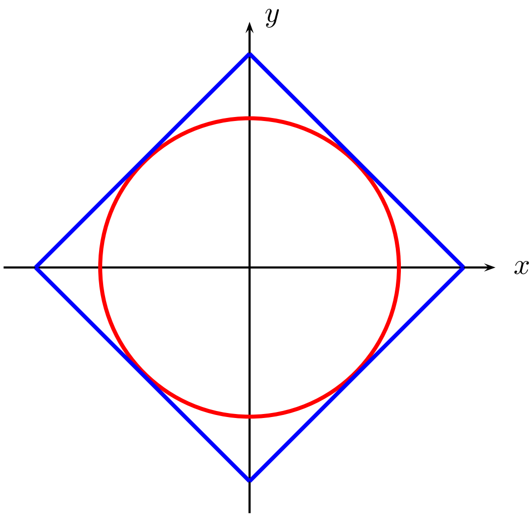
Sabe-se que:

- se numa face do cubo for colado um número ímpar, então na face oposta será colado um número maior do que ele;
- a soma dos números colados em duas faces opostas quaisquer do cubo pertence ao intervalo $[6,5;12,5]$.

Nessas condições, multiplicando os números colados em duas faces opostas quaisquer desse cubo, obtém-se, no máximo,

(a) 20.
(b) 24.
(c) 30.
(d) 32.
(e) 40.

34. A figura mostra, no plano cartesiano, a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 4$ e um quadrado a ela circunscrito, com vértices sobre os eixos coordenados.



O conjunto de todos os pontos que formam os lados desse quadrado pode ser representado pela equação

(a) $|x| + |y| = 2$.
(b) $|x + y| = 2$.
(c) $|x| + |y| = 2\sqrt{2}$.
(d) $|x + y| = 2\sqrt{2}$.
(e) $|x| + |y| = 4$.