

1. Renato decidiu aplicar R\$ 100.000,00 em um fundo de previdência privada. O consultor da empresa responsável pela administração do fundo sugeriu que essa quantia fosse dividida em três partes x , y e z , que seriam aplicadas em três investimentos A, B e C, respectivamente. Em seguida, mostrou a Renato duas simulações do desempenho da aplicação, considerando dois cenários distintos, para um período de 5 anos.

Cenário	Rendimento previsto para um período de 5 anos			Saldo previsto após 5 anos
	Investimento A	Investimento B	Investimento C	
Conservador	100%	50%	25%	R\$ 170.000
Otimista	100%	150%	200%	R\$ 235.000

Com essas informações, determine os valores de x , y e z sugeridos pelo consultor.

2. Considere a função real f , dada pela lei $f(x) = \log_x x^x$.

(a) Desenhe o gráfico de $f(x)$.

(b) Calcule k , $k \in \mathbb{R}$, de modo que se tenha $16^{f(k)} = 40$. Se necessário, utilize a aproximação $\log 2 = 0,30$.

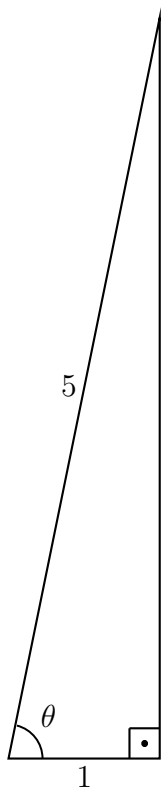
3. Seja θ um ângulo maior do que 45° e menor do que 90° . Considere uma progressão geométrica cujo primeiro termo e cuja razão são, respectivamente,

$$a_1 = \operatorname{tg}^2(\theta) - 1 \quad \text{e} \quad q = \operatorname{sen}^2(\theta).$$

- (a) Determine, em termos de θ , o limite da soma dos termos dessa progressão

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots$$

- (b) Considere agora que θ é o ângulo dado no triângulo retângulo e não isósceles representado a seguir, cuja hipotenusa mede 5 e cujo cateto menor mede 1. Calcule o valor numérico do limite da soma obtida no item (a).



4. Considere as transformações C e D entre matrizes, descritas a seguir.

(I) A matriz $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, de ordem 2, é associada pela transformação C a uma matriz $C(M)$, de ordem 4, de acordo com a lei

$$C(M) = \begin{pmatrix} a & b & a & b \\ c & d & c & d \\ a & b & a & b \\ c & d & c & d \end{pmatrix}.$$

(II) A matriz $N = \begin{pmatrix} e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \\ q & r & s & t \end{pmatrix}$, de ordem 4, é associada pela transformação D a uma matriz $D(N)$, de ordem 2, de acordo com a lei

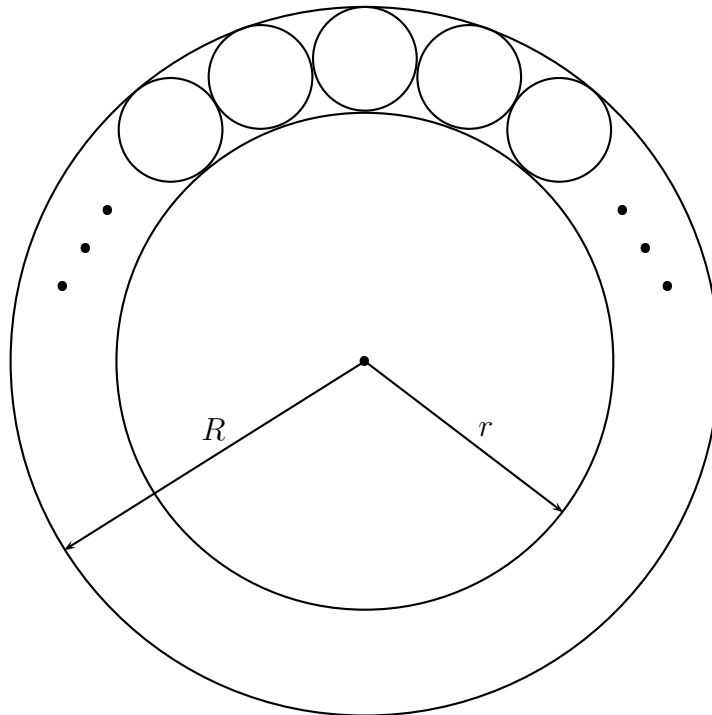
$$D(N) = \begin{pmatrix} e + g + m + o & f + h + n + p \\ i + k + q + s & j + l + r + t \end{pmatrix}.$$

(a) Sendo $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, escreva a matriz $D(C(M))$.

- (b) Sabendo que P é uma matriz de ordem 2 cujo determinante é igual a $\frac{1}{32}$, calcule o determinante da matriz $D(C(D(C(P))))$.

5. Um rolamento, peça largamente utilizada na indústria, pode ser descrito de maneira bem simplificada como um conjunto de dois cilindros de bases concêntricas e mesma altura, além de várias esferas idênticas, colocadas entre as superfícies laterais dos dois cilindros.

A figura a seguir mostra o esquema de um rolamento: os raios das bases dos dois cilindros medem r e R , respectivamente, e as esferas são tangentes entre si e também tangentes às superfícies laterais dos cilindros. As esferas ocupam todo o espaço entre os cilindros, mas apenas cinco delas estão desenhadas na figura.

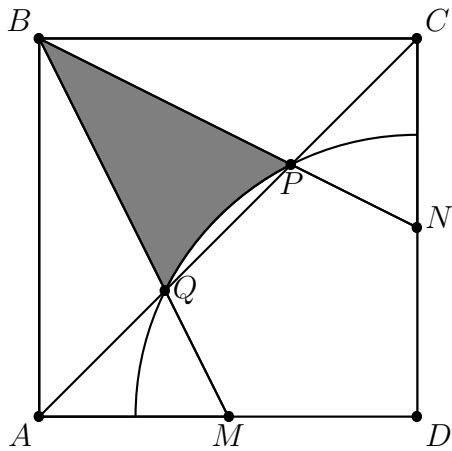


- (a) Determine, em função de r e R , a medida do raio de cada esfera.

- (b) Determine o total de esferas existentes em um rolamento em que $r = 33$ mm e $R = 47$ mm, usando, se necessário, as aproximações fornecidas na tabela.

α	5°	10°	15°	20°	25°
$\text{sen}\alpha$	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{13}{50}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{21}{50}$

6.



Na figura:

- $ABCD$ representa um quadrado de lado 2;
- M é ponto médio de \overline{AD} e N é ponto médio de \overline{CD} ;
- \overline{AC} é uma diagonal do quadrado;
- o arco que passa por P e Q é um arco de circunferência com centro em D .

(a) Calcule a medida do segmento \overline{BQ} .

(b) Calcule a área da região sombreada. Se necessário, considere que o ângulo cujo seno vale 0,6 é aproximadamente 36° .

7. Resolva as equações que se seguem.

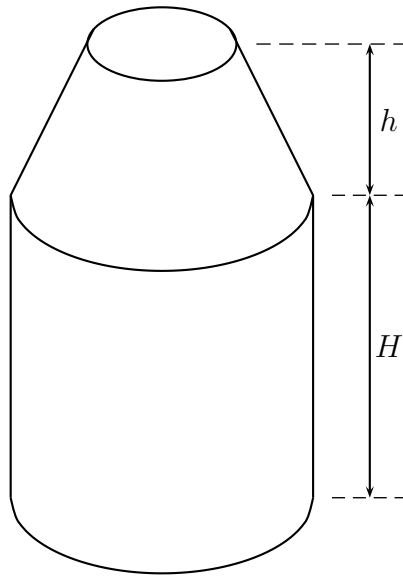
(a)

$$(x^2 - 18x + 32)(x^2 - 8x + 15)(x^2 - 8x + 12) = 0$$

(b)

$$4^{t^2-8t+16} - 9 \cdot 2^{t^2-8t+17} + 32 = 0$$

8. A embalagem mostrada na figura contém iogurte na parte de baixo e cereais na parte de cima.



A parte de baixo é um cilindro circular reto de raio R e altura H , e a de cima é um tronco de cone circular reto de raio maior R , raio menor $\frac{R}{2}$ e altura h .

Sabendo que o volume da parte reservada ao iogurte é o quádruplo do volume do compartimento dos cereais, determine a razão $\frac{H}{h}$.

9. Em um determinado concurso público, um candidato passa para a 2ª fase se, e somente se, for aprovado nas provas de Matemática e Português. Juliana, que prestará esse concurso, dedicará $x\%$ de seu tempo de estudo para Matemática, e o restante para Português, sendo $0 \leq x \leq 100$. As aprovações de Juliana nas provas de Matemática e Português são independentes entre si, e suas probabilidades dependem do seu tempo de dedicação a cada matéria, valendo, respectivamente, $\left(\frac{3x}{4}\right)\%$ e $\left(96 - \frac{3x}{4}\right)\%$.

- (a) Se Juliana dedicar 40% de seu tempo de estudo para Matemática, qual a probabilidade de que ela não passe para a 2ª fase do concurso?

- (b) Determine a porcentagem de seu tempo de estudo que Juliana deverá dedicar à Matemática para que a probabilidade de que ela passe para a 2ª fase do concurso seja a maior possível.

10. Considere que $13/M_1/\text{ano } X$ e $13/M_2/\text{ano } X$ são duas sextas-feiras 13 **consecutivas de um mesmo ano X** e seja Ψ o número de dias entre essas duas datas, sem contá-las. Por exemplo, $13/04/2029$ e $13/07/2029$ são duas sextas-feiras 13 consecutivas de um mesmo ano, porque $13/05/2029$ e $13/06/2029$ não são sextas-feiras e, nesse caso, $\Psi = 90$ é a quantidade de dias começando a contar do sábado $14/04/2029$ até a quinta-feira $12/07/2029$.

- (a) Determine o menor valor possível de Ψ e explique em que situação acontece. Ou seja, determine a menor quantidade possível de dias entre duas sextas-feiras 13 consecutivas em um mesmo ano e quais deveriam ser os meses em que ocorreriam.

- (b) Determine o maior valor possível de Ψ e explique em que situação acontece. Ou seja, determine a maior quantidade possível de dias entre duas sextas-feiras 13 consecutivas em um mesmo ano e quais deveriam ser os meses em que ocorreriam.

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho

Rascunho