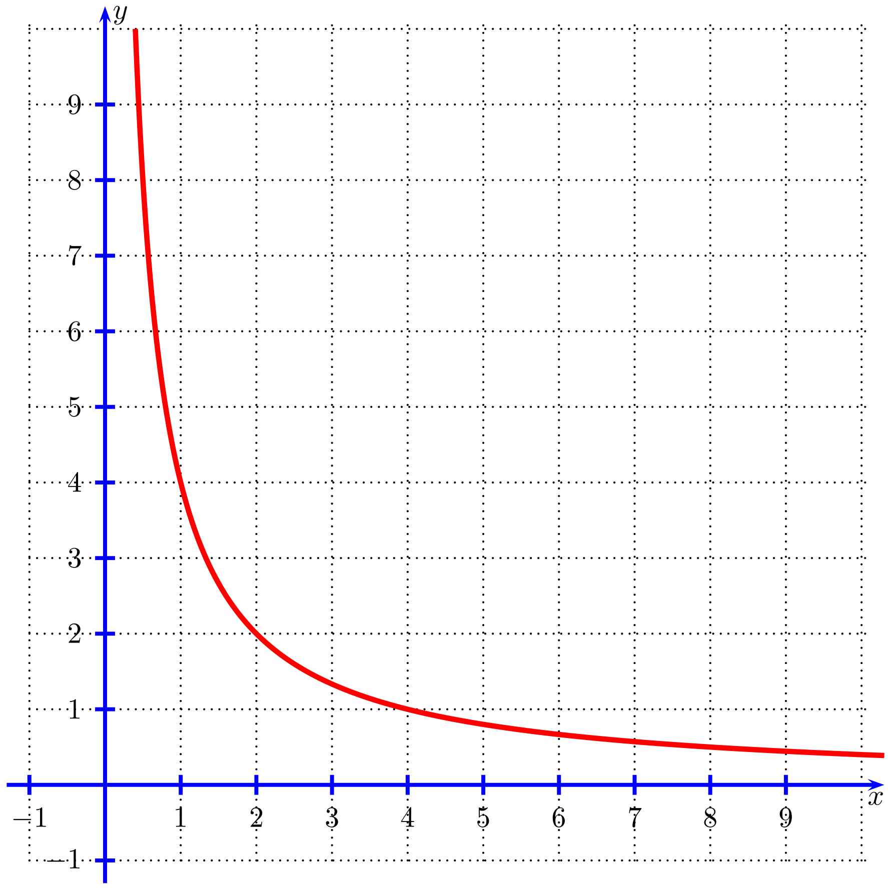
Utilize as informações a seguir para as questões 27, 28 e 29.

O gráfico a seguir representa a função $f(x) = \frac{4}{x}$, definida no conjunto dos números reais positivos.



27. Sejam a, b e c três números inteiros positivos, dois a dois distintos, tais que $f(a)$, $f(b)$ e $f(c)$ são inteiros. Então, $f(a+b+c)$

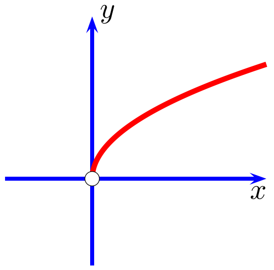
    (a) é menor ou igual a 0,25.
    (b) é maior do que 0,25 e menor ou igual a 0,5.
    (c) é maior do que 0,5 e menor ou igual a 0,75.
    (d) é maior do que 0,75 e menor ou igual a 1.
    (e) é maior do que 1 e menor ou igual a 1,25.

28. Sobre a função $g(x) = xf(x)$, é correto afirmar que ela é

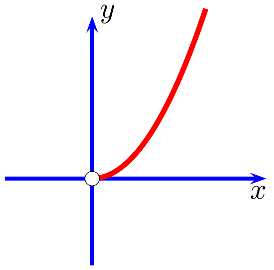
    (a) constante.
    (b) estritamente crescente.
    (c) estritamente decrescente.
    (d) negativa.
    (e) identicamente nula.

29. O gráfico que melhor representa a função $y = f(f(x))$ é

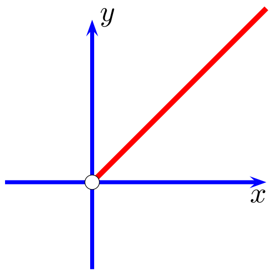
(a)



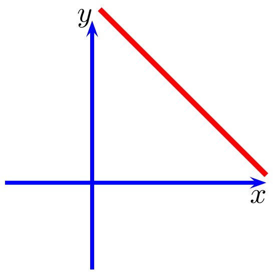
(b)



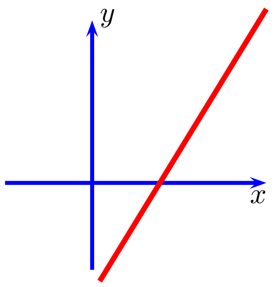
(c)



(d)



(e)



Utilize as informações a seguir para as questões 30, 31 e 32

Um tapete está sendo projetado para ser instalado num dos cantos de um salão de festas retangular. Pensou-se, inicialmente, num tapete na forma de um triângulo retângulo cujos catetos medem 3 e 4 metros. No entanto, o *designer* que está projetando o tapete fez um novo estudo considerando:

- aumentar o menor cateto em $\frac{m}{3}$ metros,
- reduzir o maior cateto em $\frac{m}{4}$ metros,

sendo m um número real positivo menor do que 16.

30. Para que o triângulo seja isósceles, causando um efeito de simetria, o *designer* deve adotar para m o valor

    (a) $\frac{3}{4}$.
    (b) $\frac{4}{7}$.
    (c) $\frac{7}{4}$.
    (d) $\frac{7}{12}$.
    (e) $\frac{12}{7}$.

31. Qualquer que seja o valor de m adotado pelo *designer*, a hipotenusa desse triângulo irá

    (a) manter o mesmo tamanho que tinha antes.
    (b) necessariamente aumentar em relação ao tamanho que tinha antes.
    (c) necessariamente diminuir em relação ao tamanho que tinha antes.
    (d) passar a ser um lado de um triângulo que não será mais retângulo.
    (e) aumentar para alguns valores de m e diminuir para outros.

32. Se o *designer* fizer essa mudança de modo a obter a maior área possível para o tapete, o valor mais aproximado para essa área, em metros quadrados, será

    (a) 6,0.
    (b) 6,5.
    (c) 7,0.
    (d) 7,5.
    (e) 8,0.

33. Numa empresa de auditoria, há duas máquinas trituradoras de papel, cuja função é fragmentar os documentos descartados todas as semanas nos escritórios da empresa. O volume de papel descartado semanalmente é sempre o mesmo e as duas máquinas levam juntas, trabalhando sem interrupções, 20 horas para fragmentar todos os documentos. Cada uma das máquinas precisou ficar parada para manutenção durante uma semana, na qual todo o papel foi triturado apenas pela outra. Percebeu-se que as máquinas não têm rendimento igual e que a mais rápida levou 9 horas a menos que a mais lenta para fazer a fragmentação. O tempo que a mais lenta levou para triturar todo o papel sozinha é igual a

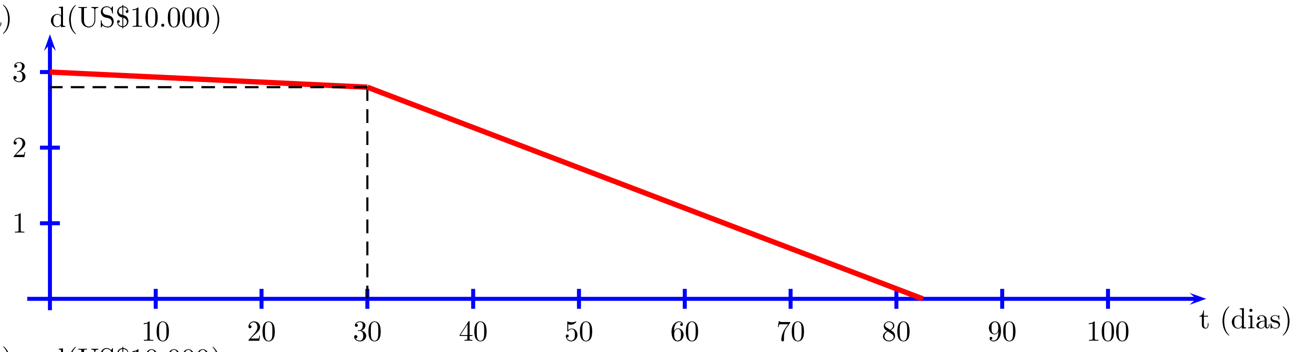
    (a) 41 horas.
    (b) 43 horas.
    (c) 45 horas.
    (d) 47 horas.
    (e) 49 horas.

Utilize as informações a seguir para as questões 34 e 35

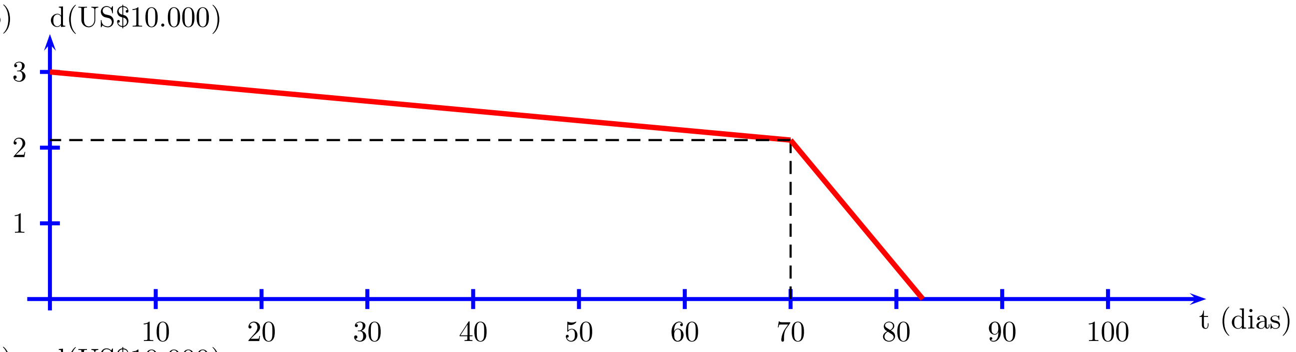
Um grupo de 6 amigos juntou suas economias e iniciou uma viagem de 100 dias pelas Américas. O dinheiro que juntaram seria suficiente para cada um gastar US\$50,00 por dia durante toda a expedição, acabando ao fim do último dia. Após 30 dias de viagem, nos quais cada um gastou exatamente sua cota, encontraram outros dois amigos que faziam o mesmo roteiro, mas que haviam sido assaltados e estavam completamente sem dinheiro. Entendendo que aquilo poderia acontecer com qualquer um deles, decidiram integrar mais estas duas pessoas ao grupo e seguir viagem.

34. Considere que $d(t)$ representa o dinheiro total ainda não gasto pelo grupo em função do tempo. Admitindo que o valor que cada um gasta por dia permaneça o mesmo depois que os novos amigos entrarem para o grupo, o gráfico que melhor representa $d(t)$ é

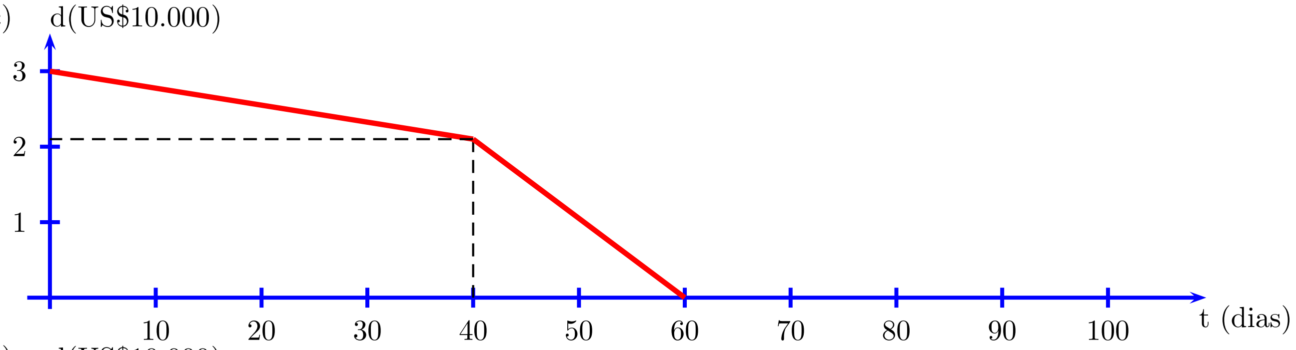
(a)



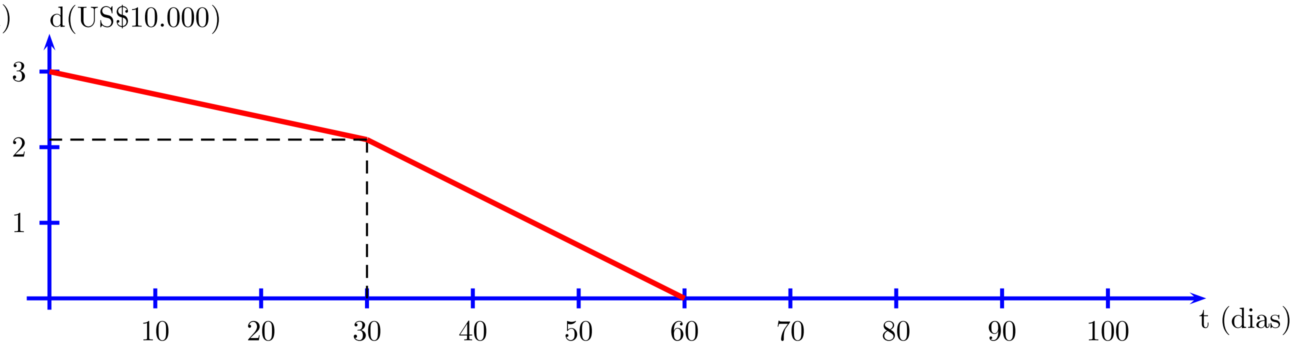
(b)



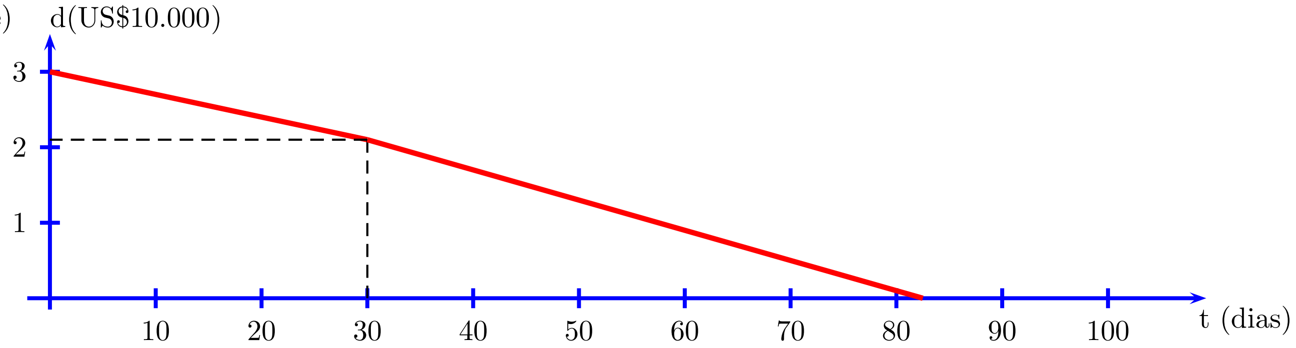
(c)



(d)



(e)

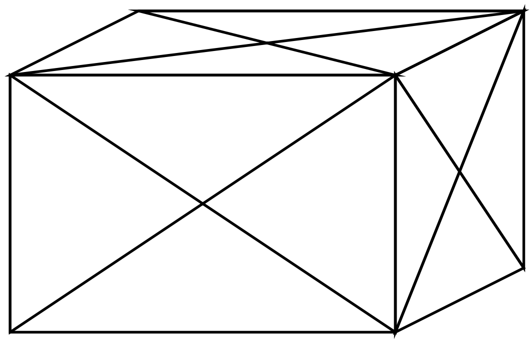


35. Se eles decidirem reduzir o total que cada um irá gastar por dia, para que a viagem dure o mesmo tempo inicialmente planejado, então cada um poderá gastar diariamente

    (a) 17,5% menos do que o inicialmente planejado.
    (b) 20,0% menos do que o inicialmente planejado.
    (c) 22,5% menos do que o inicialmente planejado.
    (d) 25,0% menos do que o inicialmente planejado.
    (e) 27,5% menos do que o inicialmente planejado.

Utilize as informações a seguir para as questões 36 e 37

Na figura a seguir, está representada uma caixa, na forma de um paralelepípedo reto retângulo cujas três arestas (perpendiculares duas a duas) medem x^2, y^2 e z^2. As faces opostas desta caixa têm o mesmo desenho.



36. Se S representa a soma das áreas de todas as faces e V representa o volume da caixa, então a expressão

$$\frac{xy}{z} + \frac{xz}{y} + \frac{yz}{x}$$

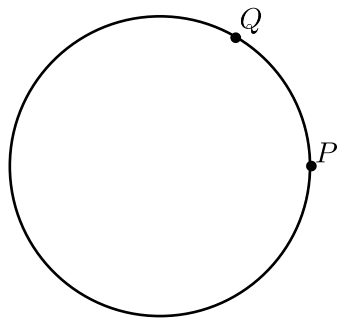
é idêntica a

(a) $\dfrac{S}{2\sqrt{V}}$.
(b) $\dfrac{S}{2V}$.
(c) $\dfrac{S}{\sqrt{V}}$.
(d) $\dfrac{2S}{V}$.
(e) $\dfrac{2S}{\sqrt{V}}$.

37. A caixa será decorada pintando-se cada triângulo de cada uma das faces. A menor quantidade de cores de tinta que é suficiente para pintar todos os triângulos, de modo que dois triângulos que compartilhem um mesmo lado nunca sejam pintados da mesma cor, é

    (a) 2.
    (b) 4.
    (c) 8.
    (d) 16.
    (e) 24.

Utilize as informações a seguir para as questões 38 e 39



Michele construiu a circunferência ao lado com um compasso. Em seguida, posicionou o compasso sobre o ponto P e, com a mesma abertura que usou para traçar a circunferência, marcou o ponto Q. Reposicionou o compasso com a mesma abertura em Q e marcou um ponto R, distinto de P. Assim, sucessivamente, foi marcando pontos no sentido anti-horário, até completar uma volta.

38. O número de polígonos convexos distintos que Michele poderá formar com vértices sobre os pontos que marcou é

(a) 6.
(b) 15.
(c) 20.
(d) 42.
(e) 64.

39. A área da região compreendida entre o menor dos arcos $\overset{\frown}{PQ}$ e o segmento $\overline{PQ}$, cuja medida é $2cm$, é

(a) $\left(\frac{3}{2}\pi - \sqrt{3}\right) cm^2$.
(b) $\left(\frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}\right) cm^2$.
(c) $\left(2\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) cm^2$.
(d) $\left(3\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) cm^2$.
(e) $\left(6\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) cm^2$.

Utilize as informações a seguir para as questões 40 e 41

Um número triangular é um inteiro da forma $\dfrac{n(n+1)}{2}$, sendo n um inteiro positivo.

40. Além de ser um número triangular, o número 1 também é um quadrado perfeito, ou seja, sua raiz quadrada é um inteiro. Outro quadrado perfeito que também é triangular é

(a) 16.
(b) 25.
(c) 36.
(d) 49.
(e) 64.

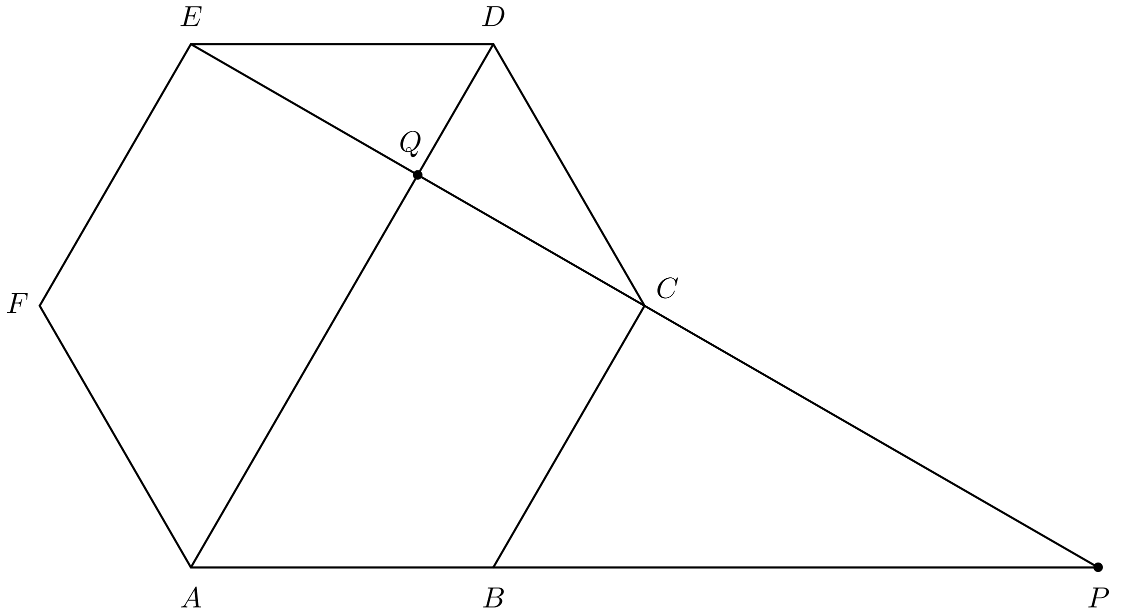
41. Considere a tabela

Posição	1	2	3	...	X	...
Triangular	1	3	6	...	3486	...

A soma dos algarismos de X é

(a) 10.
(b) 11.
(c) 12.
(d) 13.
(e) 14.

42. No hexágono regular $ABCDEF$, a distância entre dois lados paralelos é 12 cm. As retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{CE}$ interceptam-se no ponto P e as retas $\overleftrightarrow{AD}$ e $\overleftrightarrow{CE}$ interceptam-se no ponto Q.



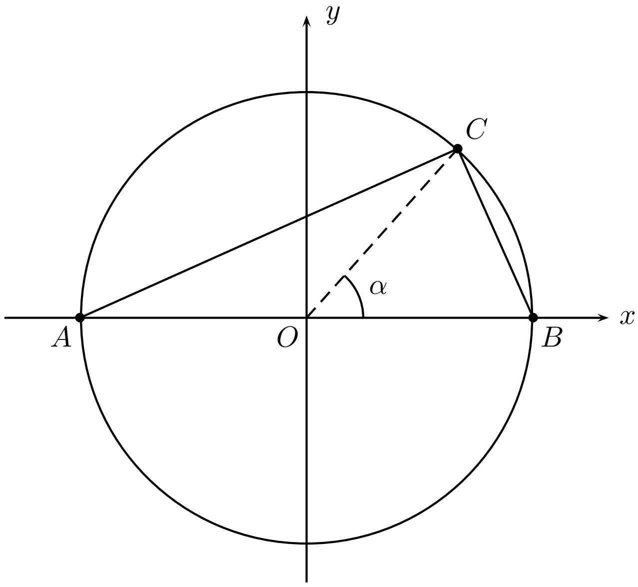
A altura do triângulo APQ, relativa ao vértice Q, mede, em centímetros,

(a) 8.
(b) $6\sqrt{2}$.
(c) $6\sqrt{3}$.
(d) 9.
(e) $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

43. Dados os pontos $A(0,1)$ e $B(5,6)$ do plano cartesiano, considere os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{AB'}$, em que $\overline{AB'}$ é o simétrico de $\overline{AB}$ em relação ao eixo y. Para sobrepor o segmento $\overline{AB'}$ ao segmento $\overline{AB}$, pode-se aplicar ao primeiro uma rotação de

(a) 180°, em qualquer sentido, em torno do ponto A.
(b) 240°, no sentido horário, em torno do ponto A.
(c) 270°, no sentido horário, em torno do ponto A.
(d) 240°, no sentido anti-horário, em torno do ponto A.
(e) 270°, no sentido anti-horário, em torno do ponto A.

44. A figura mostra a circunferência trigonométrica, cujo raio mede 1, e o triângulo ABC, de área $\frac{2}{3}$, inscrito na circunferência.



Nessas condições, o valor de $\cos \alpha$ é

(a) $\frac{1}{3}$.
(b) $\frac{\sqrt{2}}{3}$.
(c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
(d) $\frac{\sqrt{5}}{3}$.
(e) $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

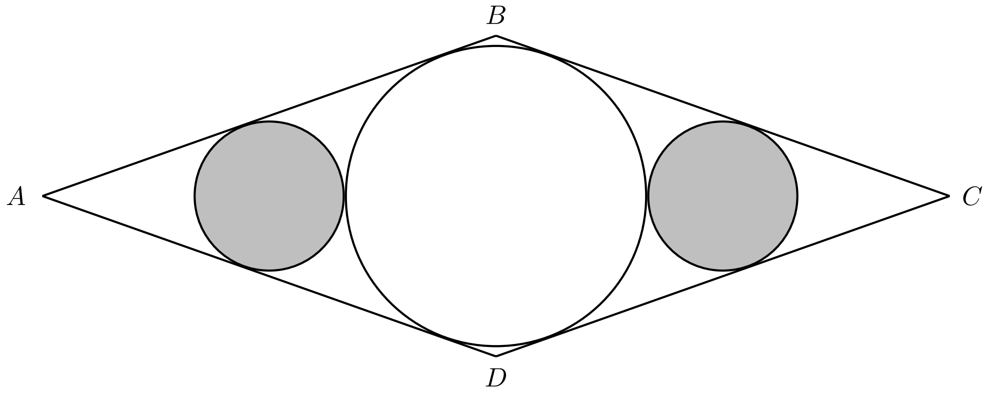
45. Enquanto preparava uma aula de Trigonometria, um professor decidiu que seria interessante mostrar aos alunos uma equação trigonométrica que não apresentasse raízes reais. Assim, partindo da equação

$$2\text{sen}^2 x - K \cos x + 6 = 2K,$$

ele queria escolher um valor para a constante K de modo que a equação obtida pudesse ser utilizada na aula com tal finalidade. O professor teria sucesso em sua procura se, e somente se, o valor escolhido para K fosse tal que

(a) $K < -1$ ou $K > 1$.
(b) $-1 \le K \le 1$.
(c) $K < 2$ ou $K > 6$.
(d) $2 \le K \le 6$.
(e) $K < -12$ ou $K > -4$.

46. O círculo claro da figura, de raio $2R$, está inscrito no losango $ABCD$. Os dois círculos escuros, ambos de raio R, são tangentes a dois lados do losango e ao círculo claro.

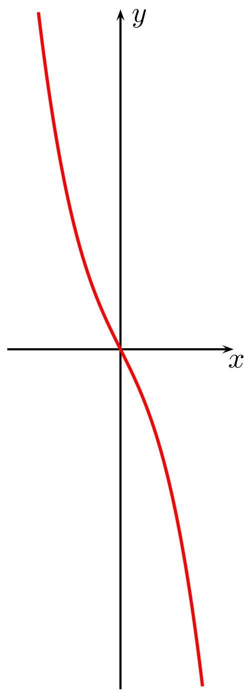


Assim, a área do losango $ABCD$ é igual a

(a) $18\sqrt{2}R^2$.
(b) $24\sqrt{2}R^2$.
(c) $12\sqrt{3}R^2$.
(d) $18\sqrt{3}R^2$.
(e) $24R^2$.

Texto para as questões 47 e 48

A figura a seguir mostra um esboço do gráfico de uma função do 3º grau $P(x)$.



47. Dentre as opções apresentadas nas alternativas abaixo, a única que **pode** representar a lei dessa função é

(a) $P(x) = 2x^3 + 3x^2$.
(b) $P(x) = -2x^3 - 3x^2$.
(c) $P(x) = -2x^3 - 3$.
(d) $P(x) = 2x^3 + 3x$.
(e) $P(x) = -2x^3 - 3x$.

48. Resolvendo a equação $P(x) = 0$ no conjunto dos números complexos, obtém-se $\{0, ki, -ki\}$ como conjunto solução, sendo k um número real positivo e $i^2 = -1$. Assim, o conjunto solução da equação $P(xi) = 0$, também resolvida em $\mathbb{C}$, é

(a) $\{0, ki, -ki\}$.
(b) $\{0, i\sqrt{k}, -i\sqrt{k}\}$.
(c) $\{0, k, -k\}$.
(d) $\{0, \sqrt{k}, -\sqrt{k}\}$.
(e) $\{0, k+i, k-i\}$.

Texto para as questões 49 e 50

Numa roleta, estão marcados todos os números inteiros de 0 a 36, num total de 37 números. Cada vez que a roleta é acionada, um desses números é escolhido aleatoriamente, tendo todos eles a mesma probabilidade de serem escolhidos.

Um grupo de cinco amigos utiliza essa roleta para decidir quem inicia cada rodada de um jogo. A cada rodada, a roleta é acionada e o número escolhido é dividido por 5, tomando-se o resto dessa divisão. Então, o jogador que inicia a rodada é definido de acordo com a tabela abaixo.

Resto da divisão	**Jogador que inicia a rodada**
0	Bruno
1	Felipe
2	Júlia
3	Luana
4	Rafael

49. Considere que as três próximas rodadas do jogo serão iniciadas por três jogadores diferentes. Dada essa condição, dentre os trios apresentados a seguir, aquele que tem a maior probabilidade de conter os três jogadores que iniciarão as próximas três rodadas é

(a) Bruno, Felipe e Luana.
(b) Bruno, Júlia e Rafael.
(c) Felipe, Júlia e Luana.
(d) Felipe, Luana e Rafael.
(e) Júlia, Luana e Rafael.

50. Numa determinada rodada, o número escolhido na roleta foi tal que todas as afirmações feitas a seguir são verdadeiras.

    - Se o número escolhido é par, então ele é um quadrado perfeito.
    - Se o número escolhido é maior do que 20, então a soma de seus algarismos é maior ou igual a 7.
    - Se o número escolhido é menor do que 15, então ele não é par.
    - Se o número escolhido é ímpar, então ele é divisível por 11.

    Assim, o jogador que iniciou aquela rodada foi

    (a) Bruno.
    (b) Felipe.
    (c) Júlia.
    (d) Luana.
    (e) Rafael.

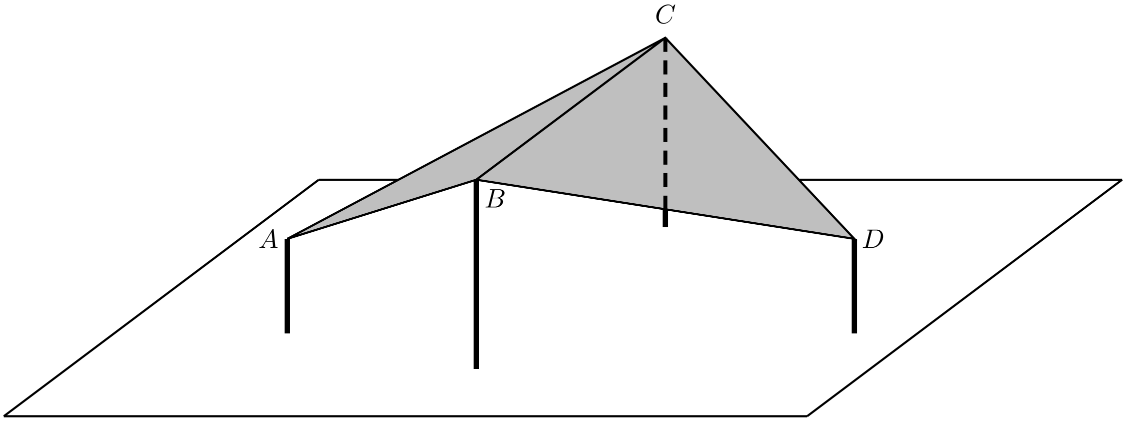
51. Dadas duas variáveis reais x e y tais que $y = x^2 + 3x + 1$, considere a proposição seguinte.

$$[y = 5]\underline{\qquad (I) \qquad}[(x = 1)\underline{\qquad (II) \qquad}(x = -4)]$$

Os espaços representados por (I) e (II) serão completados com conectivos lógicos. Para que a afirmação seja necessariamente verdadeira, estes conectivos poderão ser

(a) (I): se, e somente se, (II): ou.
(b) (I): se, e somente se, (II): e.
(c) (I): e (II): ou.
(d) (I): e (II): e.
(e) (I): ou (II): se, e somente se,.

52. A cobertura de uma barraca de praia, feita de lona, é constituída de dois triângulos equiláteros ABC e BCD, com o lado comum $\overline{BC}$ medindo 4 m. Estando a barraca montada, como representado na figura, os vértices A e D ficam a 1 m do chão, enquanto os vértices B e C ficam a 2 m do chão.



Nessas condições, quando os raios solares incidirem perpendicularmente ao plano do chão, a área da sombra da barraca projetada no chão, em m^2, será

(a) $4\sqrt{3}$.
(b) $4\sqrt{11}$.
(c) $4\sqrt{15}$.
(d) $8\sqrt{3}$.
(e) $8\sqrt{11}$.

53. Os pontos A e B do plano cartesiano são vértices consecutivos de um quadrado inscrito na circunferência de equação $x^2 + (y-7)^2 = 10$. Se $A = (-3, 8)$, então as coordenadas do ponto B podem ser

(a) $(-3, 6)$.
(b) $(-1, 4)$.
(c) $(1, 4)$.
(d) $(3, 6)$.
(e) $(\sqrt{10}, 7)$.

54. A sequência $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots)$ é tal que

- (a_1, a_2, a_3) é uma progressão aritmética (PA),
- (a_2, a_3, a_4) é uma progressão geométrica (PG),
- (a_3, a_4, a_5) é uma PA,

e assim sucessivamente, de modo que (a_i, a_{i+1}, a_{i+2}) é uma PA, para todo i ímpar e positivo, e é uma PG, para todo i par e positivo. Sabendo que $a_1 = 0$ e $a_4 = 12$, o sétimo termo dessa sequência é

(a) $\frac{64}{3}$.
(b) 30.
(c) 32.
(d) 36.
(e) $\frac{81}{2}$.

55. De acordo com suas programações, os ônibus das linhas X e Y passam pela parada P às 16h10min e às 16h15min, respectivamente. No entanto, o ônibus da linha X pode atrasar-se e o da linha Y pode antecipar-se alguns minutos, como detalhado nas tabelas a seguir.

Linha X

Atraso de	**Probabilidade**
sem atraso	50%
1 minuto	20%
2 minutos	10%
3 minutos	10%
4 minutos	5%
5 minutos	5%

Linha Y

Antecipação de	**Probabilidade**
sem antecipação	50%
1 minuto	20%
2 minutos	10%
3 minutos	10%
4 minutos	5%
5 minutos	5%

Considerando que eventuais atrasos ou antecipações dos ônibus das duas linhas sejam independentes entre si, a probabilidade de que, num dia qualquer, eles passem pela parada P no mesmo horário é

(a) 5%.
(b) 9%.
(c) 13%.
(d) 16%.
(e) 32%.

56. Considere o número inteiro $N = \left(\dfrac{2014 \cdot 2016}{4}\right)^3$. O maior fator que aparece na decomposição de N em fatores primos é

(a) 37.
(b) 41.
(c) 47.
(d) 53.
(e) 59.

Texto para as questões 57 e 58

O departamento de vendas de uma empresa é chefiado por um dos seus vice-presidentes. Há 4 diretores subordinados ao vice-presidente, cada um responsável por uma das quatro linhas de produtos da empresa (A, B, C e D). A cada diretor estão subordinados 8 gerentes regionais. Cada gerente regional, por sua vez, comanda um time de 12 vendedores.

Os cargos citados acima são os únicos do departamento de vendas.

A política de bônus anuais desse departamento segue um conjunto de regras, algumas delas listadas a seguir.

- Se menos de 75% dos diretores do departamento conseguirem atingir suas metas para aquele ano, então o vice-presidente não recebe seu bônus anual.
- Se menos de 75% de seus gerentes regionais conseguirem atingir suas metas para aquele ano, então um diretor não recebe seu bônus anual.
- Se menos de 75% dos vendedores de seu time conseguirem atingir suas metas para aquele ano, então um gerente regional não recebe seu bônus anual.
- Um funcionário do departamento de vendas recebe bônus se, e somente se, cumpre as suas metas anuais.

57. Em um ano qualquer, considerando apenas as regras listadas no enunciado, o número de funcionários do departamento de vendas dessa empresa que podem receber os bônus anuais é, no máximo,

(a) 25.
(b) 106.
(c) 315.
(d) 384.
(e) 421.

58. Sabe-se que, no ano X,

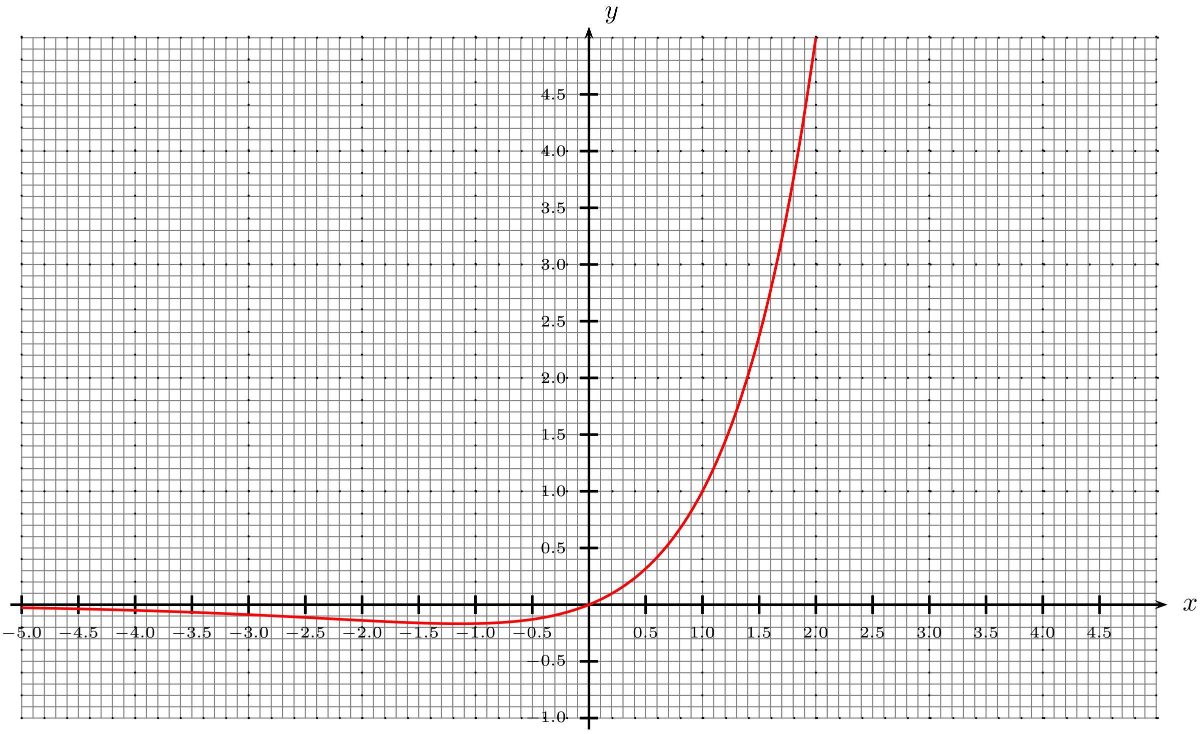
- o gerente regional da região R, subordinado ao diretor da linha A, recebeu o bônus anual.
- o diretor da linha B recebeu o bônus anual.
- o diretor da linha C **não** recebeu o bônus anual.

Apenas com essas informações, pode-se garantir que o número mínimo de funcionários do departamento de vendas dessa empresa que receberam bônus anuais no ano X foi

(a) 26.
(b) 53.
(c) 71.
(d) 92.
(e) 118.

Texto para as questões 59 e 60

Considere o gráfico da função $f(x) = 3^x - 2^x$, dado na figura a seguir.



59. A expressão $\left(3\sqrt[5]{3} - 2\sqrt[5]{2}\right)$ vale aproximadamente

(a) 1,0.
(b) 1,2.
(c) 1,4.
(d) 1,6.
(e) 1,8.

60. A solução real da equação

$$9^x - 2 \cdot 6^x + 4^x = 16$$

é aproximadamente igual a

(a) 1,85.
(b) 1,65.
(c) 1,45.
(d) 1,25.
(e) 1,05.