41. Num supermercado, são vendidas duas marcas de sabão em pó, Limpinho, a mais barata, e Cheiroso, 30% mais cara do que a primeira. Dona Nina tem em sua carteira uma quantia que é suficiente para comprar 10 caixas de 1 kg do sabão Limpinho, mas não pode comprar as mesmas 10 caixas de 1 kg do sabão Cheiroso. Seja M o maior número de caixas de 1 kg do sabão Cheiroso que dona Nina pode comprar com a quantia que tem em sua carteira. Nessas condições, M vale, no mínimo,

   (a) 9. (b) 8. (c) 7. (d) 6. (e) 5.

42. A ***desigualdade triangular*** é um princípio da geometria que estabelece o seguinte:

   "Qualquer lado de um triângulo é sempre menor do que a soma dos outros dois".

   Considere que A, B, C e D são vértices de um quadrilátero. Se $\overline{AC}$ é uma das diagonais desse quadrilátero, a única afirmação que não é necessariamente verdadeira é

   (a) $AC < AB + BC$.
   (b) $AC < AD + DC$.
   (c) $AB < AC + BC$.
   (d) $DC < AC + DC$.
   (e) $DC < AB + BC$.

43. Felipe percebeu que nos meses em que fica mais dias de bem com a namorada, gasta mais dinheiro com créditos para falar ao telefone celular. A tabela a seguir o ajudou a perceber isso.

2007	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Dias de bem no mês	11	18	6	14	19	6	1	1	18	26	15	11
Total gasto com créditos para celular (reais)	30	60	24	37,50	50	25	20	20	50	120	40	30

   A conclusão de Felipe é que seu gasto mensal com créditos para celular (g) é uma função do número x de dias em que ele e a namorada estão brigados, ou seja, x é o número de dias do mês em que eles ***não estão de bem***. A expressão que melhor descreve a função $g(x)$ obtida por Felipe é

   (a) $g(x) = \dfrac{600}{30 - x}$.
   (b) $g(x) = \dfrac{600}{x}$.
   (c) $g(x) = \dfrac{60}{30 - x}$.
   (d) $g(x) = \dfrac{60}{x}$.
   (e) impossível de se obter, porque além de variar a quantidade de dias em que eles ficam de bem, varia também o número de dias de cada mês.

44. Uma calculadora especial, criada por um engenheiro eletrônico, possui a tecla $\boxed{\text{RL}}$, que, quando acionada, calcula:

   - a raiz quadrada do número que está no visor, caso esse número seja maior do que 1000;
   - o logaritmo na base 10 do número que está no visor, caso esse número seja menor ou igual a 1000.

   Uma pessoa digitou no visor dessa calculadora o número 10.000.000.000.000.000. Assim, o número de vezes consecutivas que a tecla $\boxed{\text{RL}}$ deverá ser acionada até que apareça no visor um número negativo é igual a

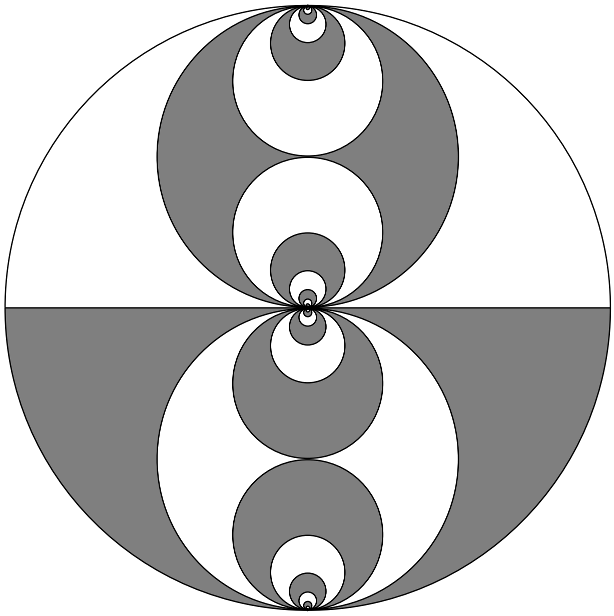
   (a) 5. (b) 6. (c) 7. (d) 8. (e) 9.

45. Na figura ao lado, a circunferência maior tem raio $4cm$, há duas circunferências de raio $2cm$, quatro circunferências de raio $1cm$, quatro de raio 0,5cm, quatro de raio $0,25$cm, e assim por diante.

 Considere que

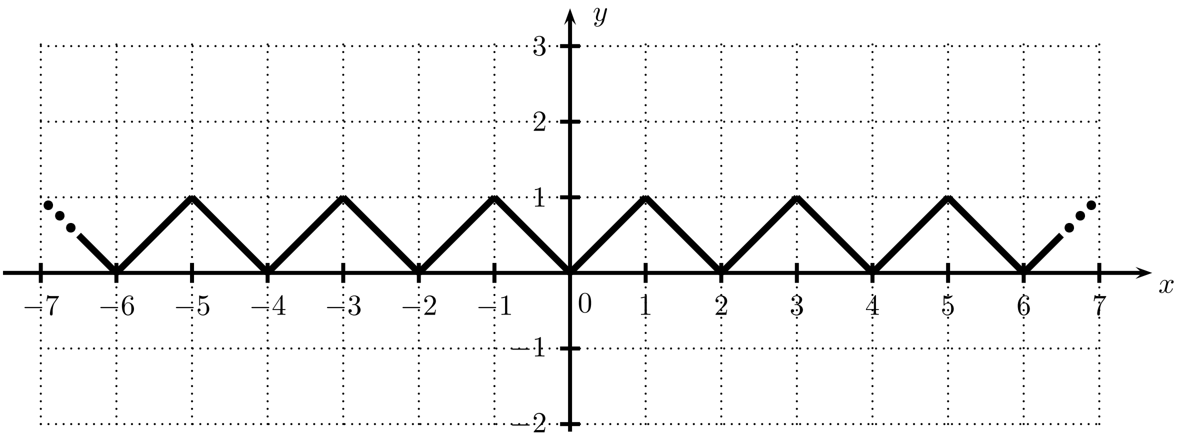
 - a é a área da região branca interior à circunferência de raio $4cm$ e exterior às circunferências de raio $2cm$,
 - b é a soma das áreas das demais regiões brancas, ou seja, interiores às circunferências de raio $2cm$,
 - c é a soma das áreas de todas as regiões pintadas de cinza.

 Segue que



(a) $a < b < c$ (b) $b < a < c$ (c) $a = b = c$ (d) $a + b = c$. (e) $a + c = b$.

46. Observe na figura o gráfico da função f, de período 2, definida de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$.



 Se o gráfico da função $g(x) = ax^2$ intercepta o gráfico de f em exatamente 7 pontos distintos, então um possível valor para a constante real a é

(a) 1. (b) $\frac{1}{4}$. (c) $\frac{1}{16}$. (d) $\frac{1}{25}$. (e) $\frac{1}{36}$.

47. A seqüência

$$\left(\cos\left(\frac{\pi}{1}\right), \cos\left(\frac{\pi}{2}\right), \cos\left(\frac{\pi}{3}\right), \cos\left(\frac{\pi}{4}\right), \ldots, \cos\left(\frac{\pi}{n}\right), \ldots, \cos\left(\frac{\pi}{2008}\right)\right)$$

 possui x termos maiores do que 0,6. Portanto,

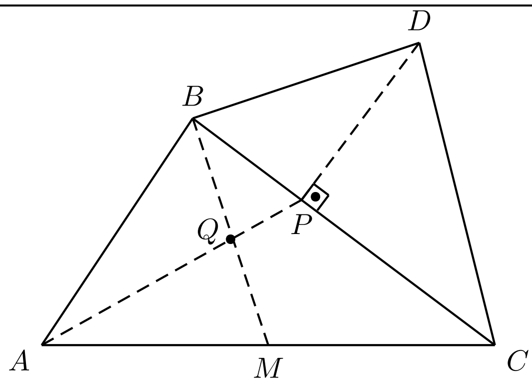
(a) $x = 2008$. (b) $x = 2005$. (c) $x = 2003$. (d) $x = 6$. (e) $x = 3$.

48. Se o determinante $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4x & 4y & 4z \\ r & s & t \end{vmatrix}$ é igual a 2008, então o determinante $\begin{vmatrix} 2 & 10r & 2x \\ 1 & 5s & y \\ 1 & 5t & z \end{vmatrix}$ é igual a

(a) -5020. (b) $-803,2$. (c) 0. (d) $803,2$. (e) 5020.

49. Na figura ao lado, feita fora de escala, considere os triângulos ABC e BCD. M é ponto do lado $\overline{AC}$, P é o ponto do lado $\overline{BC}$ tal que os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{DP}$ são perpendiculares, e Q é o ponto onde os segmentos $\overline{BM}$ e $\overline{AP}$ interceptam-se.

Sabendo que $AM = MC$, $BQ = 2 \cdot QM$, $CD = 6$ cm e $BP = 4$ cm, pode-se concluir que o perímetro do triângulo BCD, em centímetros, vale



(a) 20. (b) 21. (c) 22. (d) 23. (e) 24.

50. Dizer que uma função $f(x)$ é ***estritamente decrescente*** é equivalente a dizer que, quaisquer que sejam a e b elementos do domínio da função, tem-se

$$a < b \Leftrightarrow f(a) > f(b).$$

Sabendo que a função $f(x) = (1+x)^{1-x}$ é estritamente decrescente no domínio dos reais maiores do que 1, segue das desigualdades

$$\frac{5}{4} < \frac{4}{3} < \frac{3}{2}$$

que

(a) $\sqrt[3]{\frac{3}{7}} < \sqrt{\frac{2}{5}} < \sqrt[4]{\frac{4}{9}}$

(b) $\sqrt{\frac{2}{5}} < \sqrt[4]{\frac{4}{9}} < \sqrt[3]{\frac{3}{7}}$

(c) $\sqrt{\frac{2}{5}} < \sqrt[3]{\frac{3}{7}} < \sqrt[4]{\frac{4}{9}}$

(d) $\sqrt[3]{\frac{3}{7}} < \sqrt[4]{\frac{4}{9}} < \sqrt{\frac{2}{5}}$

(e) $\sqrt[4]{\frac{4}{9}} < \sqrt[3]{\frac{3}{7}} < \sqrt{\frac{2}{5}}$

51. Para cada n inteiro positivo, os gráficos das funções

$$f(x) = \frac{|x|}{n} \qquad \text{e} \qquad g(x) = 2 - \frac{|x|}{n}$$

delimitam um quadrilátero cujos vértices estão sobre as retas $x = 0$ ou $y = 1$. A área desse quadrilátero é igual a

(a) 2. (b) n. (c) 2n. (d) 4. (e) 4n.

52. Para estimular a venda de seus produtos, uma conhecida marca de cervejas criou um recipiente térmico para manter as latas da bebida geladas, e o colocou à venda em três tamanhos: pequeno, médio e grande. Os três tamanhos têm, respectivamente, capacidades para armazenar 16, 54 e 128 latas de cerveja, além do espaço para o gelo, que deve ser adicionado junto com as latas para mantê-las geladas. Considere que:

- os recipientes têm todos um formato cilíndrico, sendo a altura igual ao dobro do diâmetro da base,
- o volume de cada recipiente é diretamente proporcional à quantidade de latas que comporta,
- os preços dos recipientes são proporcionais à área total da superfície do cilindro, dado que o principal custo do produto refere-se ao material de isolamento térmico.

Se o recipiente pequeno custa R$60,00, a soma dos preços de um recipiente médio mais um recipiente grande é igual a

(a) R$187,50. (b) R$281,25. (c) R$375,00. (d) R$468,75. (e) R$562,50.

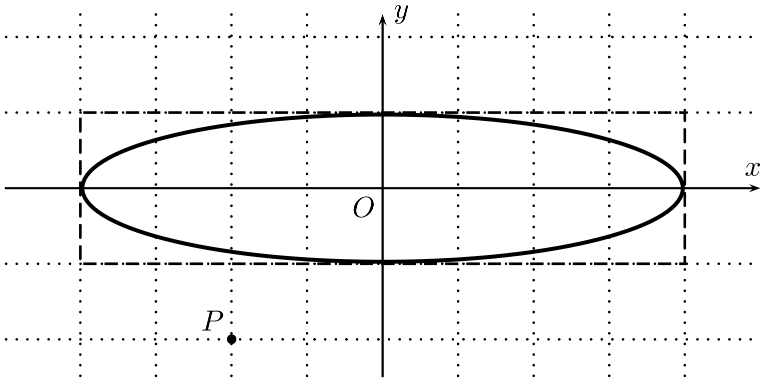
53. As raízes do polinômio

$$p(x) = x^3 - (6+a)x^2 + (6a+8)x - 8a$$

constituem uma progressão geométrica crescente de inteiros positivos cujo primeiro termo é a. Denotando por $b < c$ as outras duas raízes, o valor de $c^b - b^a - a^c$ é

(a) um número primo.
(b) um múltiplo de 4.
(c) um múltiplo de 6.
(d) um quadrado perfeito.
(e) um número negativo.

54. A figura mostra, no plano cartesiano, a elipse de equação $\dfrac{x^2}{16} + y^2 = 1$, e um retângulo a ela circunscrito.



Se t é a reta de coeficiente angular $m > 0$, que passa pelo ponto $P(-2,-2)$ e é tangente a essa elipse, então pode-se concluir que

(a) $1 < m < 2$.
(b) $\frac{1}{2} < m < 1$.
(c) $\frac{1}{3} < m < \frac{1}{2}$.
(d) $\frac{1}{6} < m < \frac{1}{3}$.
(e) $0 < m < \frac{1}{6}$.

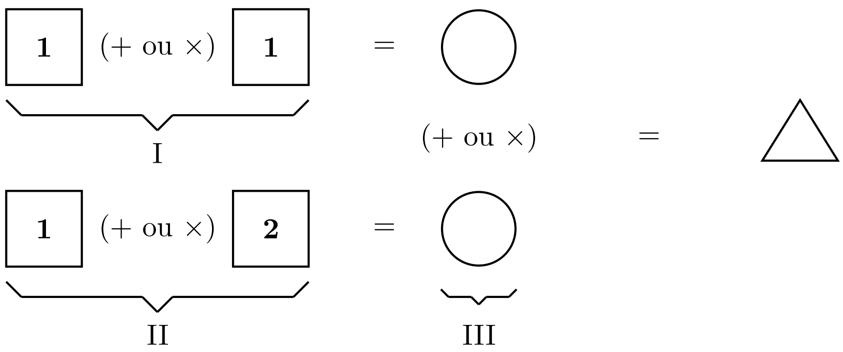
55. No plano complexo *Argand-Gauss*, os números complexos

$$z_1 = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i, \qquad z_2 = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i, \qquad z_3 = -\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i,$$

pertencem a uma circunferência de raio 1. Se z é o número complexo que representa nesse mesmo plano o encontro das alturas do triângulo cujos vértices são z_1, z_2 e z_3, então z^2 é

(a) um ponto do primeiro quadrante sobre a mesma circunferência de raio 1 à qual pertencem z_1, z_2 e z_3.
(b) um ponto do segundo quadrante sobre a mesma circunferência de raio 1 à qual pertencem z_1, z_2 e z_3.
(c) um ponto do terceiro quadrante sobre a mesma circunferência de raio 1 à qual pertencem z_1, z_2 e z_3.
(d) um ponto do quarto quadrante sobre a mesma circunferência de raio 1 à qual pertencem z_1, z_2 e z_3.
(e) um ponto fora da circunferência de raio 1 à qual pertencem z_1, z_2 e z_3.

56. Observe o diagrama abaixo.



Para preenchê-lo, serão obedecidas as seguintes regras:

- cada uma das três etapas (I, II e III) é iniciada com o lançamento de uma moeda honesta para decidir qual operação será efetuada naquela etapa: caso a face voltada para cima seja cara, efetua-se uma adição (+), e, caso seja coroa, efetua-se uma multiplicação (×);
- nas etapas I e II, será efetuada a operação (definida pelo sorteio) entre os números indicados nos quadrados, colocando-se o resultado no círculo correspondente;
- na etapa III, será efetuada a operação (definida pelo sorteio) entre os números obtidos nos dois círculos, colocando-se o resultado no triângulo.

Nessas condições, a probabilidade de que o resultado colocado no triângulo seja igual a 4 é

(a) $\frac{1}{8}$. (b) $\frac{1}{4}$. (c) $\frac{1}{3}$. (d) $\frac{3}{8}$. (e) $\frac{1}{2}$.

57. Para responder a essa questão, considere que **todo** indivíduo que contrai dengue apresenta febre alta e dores musculares.

Carlos e Sílvio deram entrada num hospital com suspeita de dengue. Carlos apresentava febre alta e dores musculares, enquanto Sílvio se queixava de dores musculares, mas não apresentava febre. A partir dessas informações, pode-se concluir que

(a) Carlos e Sílvio certamente contraíram dengue.
(b) Carlos certamente contraiu dengue, e Sílvio pode ou não ter contraído a doença.
(c) Carlos certamente contraiu dengue, e Sílvio certamente não contraiu a doença.
(d) Carlos pode ou não ter contraído dengue, o mesmo ocorrendo com Sílvio.
(e) Carlos pode ou não ter contraído dengue, e Sílvio certamente não contraiu a doença.

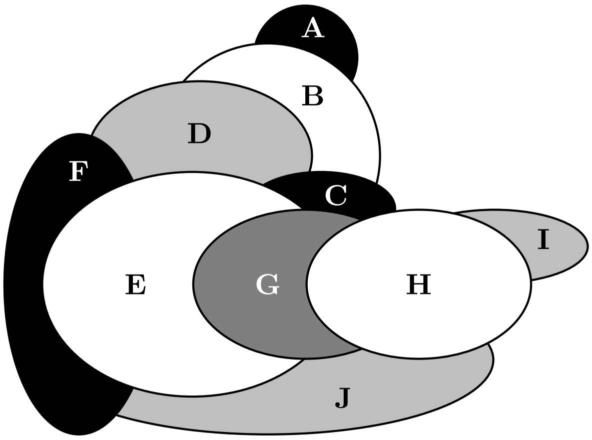
58. Se a afirmação

"Se não é verdade eu dizer que eu não saiba onde ela não está, então ela não sabe dizer onde eu não estou."

é falsa, então

(a) eu sei onde ela não está e ela sabe onde eu não estou.
(b) eu sei onde ela está e ela sabe onde eu não estou.
(c) eu sei onde ela não está e ela sabe onde eu estou.
(d) eu sei onde ela está e ela sabe onde eu estou.
(e) eu não sei onde ela não está e ela não sabe onde eu não estou.

59. A figura abaixo mostra o mapa do continente Oval, que possui dez países, localizado no legendário planeta Redondo.



Supondo que as viagens descritas abaixo sejam feitas por terra, pode-se afirmar que

(a) para viajar do país F para o país I, é necessário passar por outros três países além de F e I.

(b) para viajar do país B para o país H, é necessário passar pelo país C.

(c) para sair do país B, é necessário e suficiente passar pelo país A.

(d) para viajar do país E para o país H, é suficiente atravessar o país C além de E e H.

(e) para viajar do país A para o país I, é suficiente passar por outros dois países além de A e I.

60. Partindo de duas ou mais declarações, pode-se obter uma nova declaração unindo as primeiras por meio de **conectivos** (expressões como **e**, **ou**, **se... então...**). Essa nova declaração é chamada de **tautologia** quando for sempre verdadeira, independentemente das declarações que a formaram serem verdadeiras ou falsas. Assim, a declaração "O céu é azul ou o céu não é azul" é um exemplo de tautologia.

Dentre as declarações abaixo, assinale aquela que representa uma tautologia.

(a) Se o Brasil ganhar da França e a Argentina perder da Itália, então a França ganhará do Brasil.

(b) Se Paulo é brasileiro e tem mais de 18 anos, então ele nasceu na Bélgica ou tem mais de 15 anos.

(c) Se João tem dois ou mais filhos, então ele tem quatro filhos.

(d) Se me pagarem R$ 500,00 ou me derem a passagem de avião, então eu terei na carteira mais de R$ 400,00.

(e) Se o prefeito ou o governador comparecerem, então o presidente não virá.