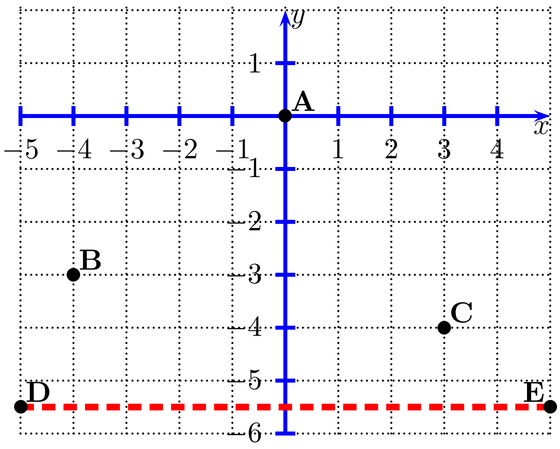
41. Um agente secreto precisa escapar de uma de suas investidas no trigésimo andar de um prédio. Ele pretende fazer isso por meio de uma corda pendurada num helicóptero que sobrevoa o prédio a alguns metros de onde ele está. O objetivo do agente é pendurar-se na extremidade inferior da corda, balançar-se como um pêndulo até o topo do prédio vizinho, por onde ele poderá escapar.

A figura ao lado ilustra as posições dos elementos envolvidos nessa missão. O ponto **A** representa a posição do helicóptero, o ponto **B** a posição inicial do agente, o ponto **C** o topo do prédio vizinho (por onde ele pretende escapar) e a linha tracejada $\overline{\mathbf{DE}}$ representa o nível do chão.



Considerando que o helicóptero não irá se mover e que a corda é inextensível, ao saltar de **B**, agarrado à extremidade inferior da corda, o agente

(a) irá bater no chão num ponto de abcissa negativa, o que irá interromper seu movimento e impedí-lo de chegar em **C**.

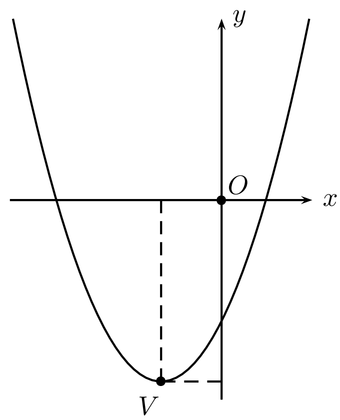
(b) irá apenas encostar no chão num ponto de abcissa zero e, mesmo que isso não interrompa seu movimento, ele atingirá uma altura menor do que a de **C** quando a abcissa de sua posição for 3.

(c) irá apenas encostar no chão num ponto de abcissa zero e, se isso não interromper seu movimento, ele atingirá precisamente o ponto **C** quando a abcissa de sua posição for 3.

(d) ficará acima do nível do chão em toda sua trajetória, mas quando a abcissa de sua posição for 3, ele atingirá um ponto mais alto do que **C**.

(e) ficará acima do nível do chão em toda sua trajetória e atingirá precisamente o ponto **C** quando a abcissa de sua posição for 3.

42. O gráfico da função dada pela lei $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, é a parábola esboçada ao lado, que tem vértice no ponto V. A partir do esboço, pode-se concluir que



(a) $a > 0$, $b > 0$ e $c > 0$.

(b) $a > 0$, $b > 0$ e $c < 0$.

(c) $a > 0$, $b < 0$ e $c > 0$.

(d) $a > 0$, $b < 0$ e $c < 0$.

(e) $a < 0$, $b < 0$ e $c < 0$.

43. Considere os números complexos

$$z_1 = 1 + i, \qquad z_2 = 1 - i, \qquad z_3 = z_1 \cdot z_2,$$
$$z_4 = i, \qquad z_5 = -i, \qquad \text{e} \qquad z_6 = -z_4 \cdot z_5.$$

A quantidade de triângulos que podem ser formados no plano *Argand-Gauss* com vértices sobre as imagens desses números é

(a) 6.

(b) 10.

(c) 15.

(d) 18.

(e) 20.

44. Após o lançamento de um novo modelo de carro, uma montadora percebeu que o comportamento das vendas desse produto pode ser descrita pela função

$$x(t) = \frac{7}{5 + 2^{-10t+20}},$$

em que t é o tempo em anos e $x(t)$ representa a quantidade vendida desde o momento do lançamento ($t = 0$), em milhões de unidades. A função que descreve o momento do tempo em que já foram vendidas x milhões de unidades pode ser representada por

(a) $t(x) = 2 - \frac{1}{10}\log_2\left(\frac{7-5x}{x}\right)$.

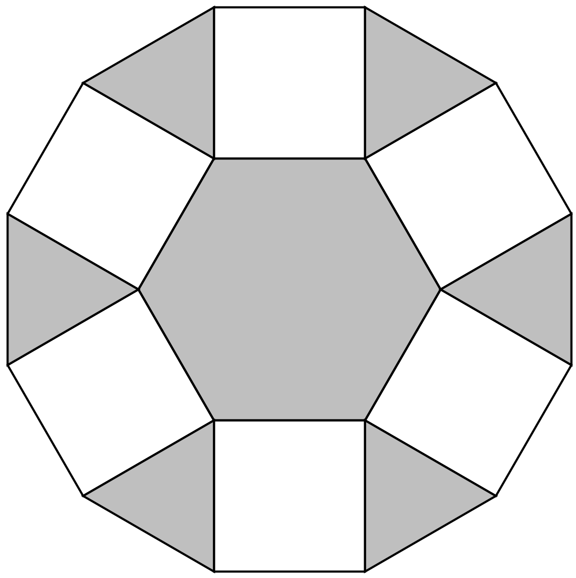
(b) $t(x) = 1 - \frac{1}{20}\log_2\left(\frac{7+5x}{x}\right)$.

(c) $t(x) = 2 + \frac{1}{10}\log_2\left(\frac{7-5x}{x}\right)$.

(d) $t(x) = 1 - \frac{1}{20}\log_2\left(\frac{5-7x}{x}\right)$.

(e) $t(x) = 2 + \frac{1}{10}\log_2\left(\frac{5+7x}{x}\right)$.

45. Os triângulos da figura ao lado são equiláteros, todos os quadriláteros apresentados são quadrados e o polígono do meio é um hexágono regular. A razão entre a soma das áreas das regiões sombreadas e a soma das áreas das regiões em branco é igual a



(a) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

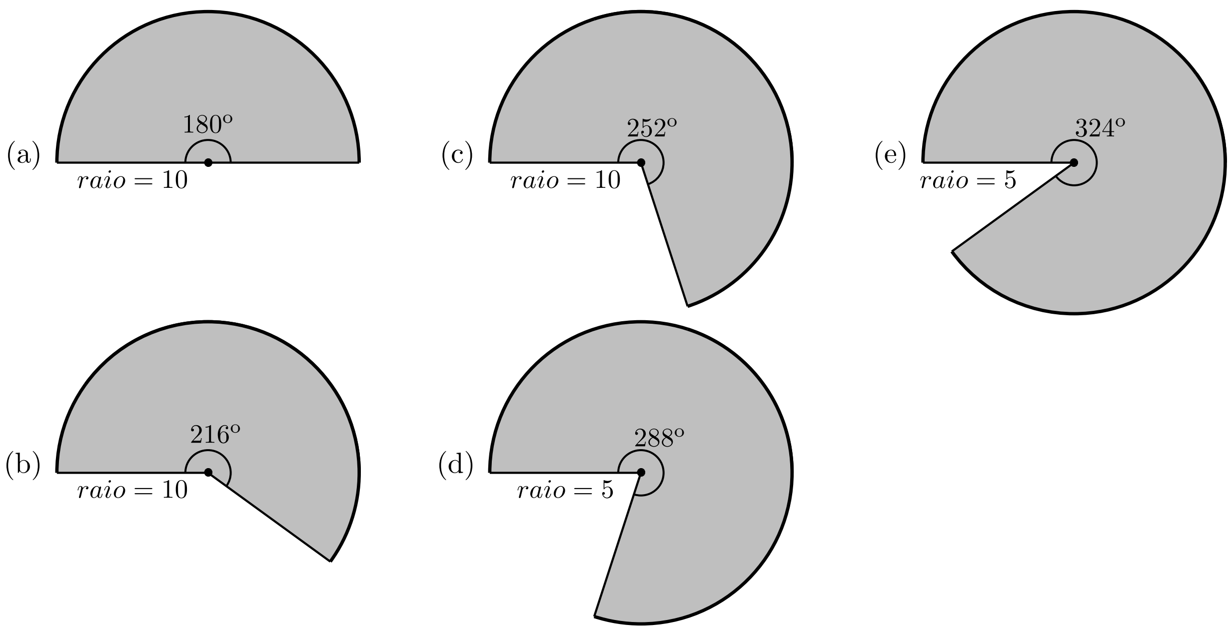
(b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(c) $\sqrt{3}$.

(d) $2\sqrt{3}$.

(e) $4\sqrt{3}$.

46. A figura que melhor representa a planificação da superfície lateral de um cone reto cujo volume é igual a 96π e cujo raio da base mede 6 é



47. Um edifício tem a forma de um cilindro circular reto. Há uma escada, na forma de espiral, que envolve o edifício desde o chão até a cobertura. Uma pessoa que sobe essa escada tem seu movimento no espaço tridimensional descrito pelas coordenadas a seguir:

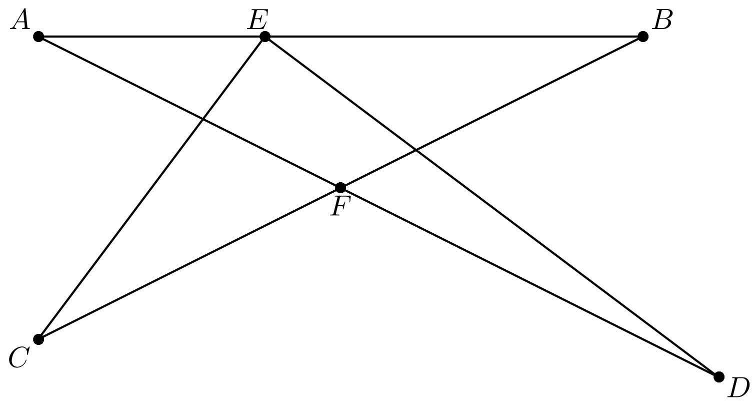
$$x = 20\cos\left(\frac{\pi}{30}t\right), \qquad y = 20\text{sen}\left(\frac{\pi}{30}t\right) \qquad \text{e} \qquad z = 0,1t,$$

em que t é o número de degraus que a pessoa já subiu, sendo $t = 0$ o nível do chão. Sabendo que cada volta completa em torno do prédio por meio dessa escada equivale a subir um andar e que o prédio tem 20 andares, uma pessoa que sobe do chão à cobertura inicia na altura $z = 0$ e termina na altura

(a) $z = 120$. (b) $z = 240$. (c) $z = 600$. (d) $z = 1200$. (e) $z = 2400$.

48. Na figura abaixo:

- os segmentos $\overline{AF}$ e $\overline{BF}$ são congruentes;
- a soma das medidas dos ângulos $\angle B\widehat{C}E$, $\angle A\widehat{D}E$ e $\angle C\widehat{E}D$ totaliza 130º.



Nessas condições, o ângulo $\angle D\widehat{A}B$ mede

(a) 25º. (b) 30º. (c) 35º. (d) 40º. (e) 45º.

49. Se $x > y > 0$, então a diferença entre os volumes de dois cubos cujas arestas medem x e y seria igual

(a) à soma dos volumes de dois parelelepípedos de altura $x - y$, cujas bases correspondem a um quadrado de lado x e a um quadrado de lado y.
(b) à soma dos volumes de dois parelelepípedos de altura $x - y$, cujas bases correspondem a um quadrado de lado x e a um retângulo de lados x e y.
(c) à soma dos volumes de dois parelelepípedos de altura $x + y$, cujas bases correspondem a um quadrado de lado y e a um retângulo de lados x e y.
(d) à soma dos volumes de três parelelepípedos de altura $x - y$, cujas bases correspondem a um quadrado de lado x, a um quadrado de lado y e a um retângulo de lados x e y.
(e) à soma dos volumes de três parelelepípedos de altura $x + y$, cujas bases correspondem a um quadrado de lado x, a um quadrado de lado y e a um retângulo de lados x e y.

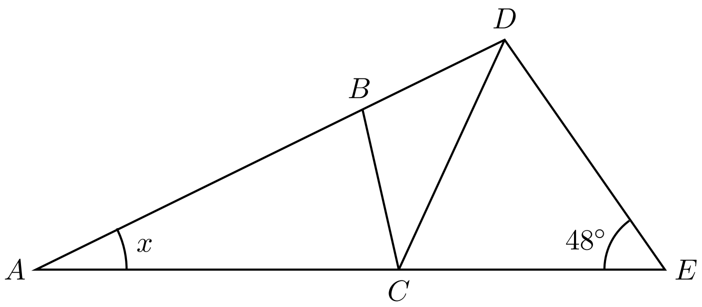
50. Um dos mais famosos problemas da história da matemática, o "último teorema de Fermat" foi resolvido em 1995 pelo inglês Andrew Wiles. Demonstrar esse teorema representou um grande desafio aos mais brilhantes matemáticos por mais de 350 anos, apesar de seu enunciado ser relativamente simples, como mostrado a seguir:

> Se n é um número natural maior do que 2, então a equação
> $x^n = y^n + z^n$
> **não** apresenta soluções em que x, y e z sejam simultaneamente números inteiros positivos.

Já para $n = 2$, a equação $x^n = y^n + z^n$ admite soluções **nas condições do teorema**, enunciadas acima. Uma dessas soluções é dada por

(a) $x = 1$, $y = 1$ e $z = 0$.
(b) $x = 1$, $y = 0,6$ e $z = 0,8$.
(c) $x = 13$, $y = 12$ e $z = 5$.
(d) $x = \sqrt{5}$, $y = 1$ e $z = 2$.
(e) $x = 3$, $y = 4$ e $z = 5$.

51. No triângulo ADE da figura, em que B e C são pontos dos lados $\overline{AD}$ e $\overline{AE}$, respectivamente, $AB = AC$, $BC = BD$ e $CD = CE$.



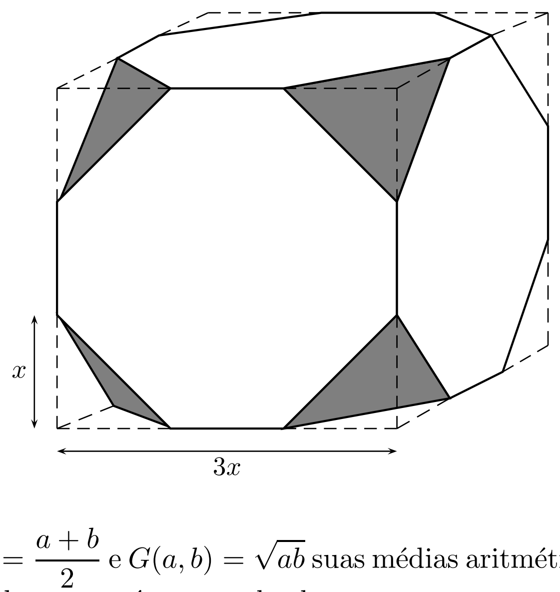
Então,

(a) $x = 48°$.
(b) $x = 50°$.
(c) $x = 52°$.
(d) $x = 54°$.
(e) $x = 56°$.

52. Considere um cubo com arestas medindo $3x$. De cada vértice desse cubo retira-se um tetraedro cortando-se suas arestas pelos pontos que distam x desse vértice. Obtém-se, assim, o poliedro mostrado na figura ao lado.

O número de vértices e o número de arestas desse poliedro são, respectivamente, iguais a

(a) 36 e 48.
(b) 36 e 36.
(c) 36 e 24.
(d) 24 e 36.
(e) 24 e 24.

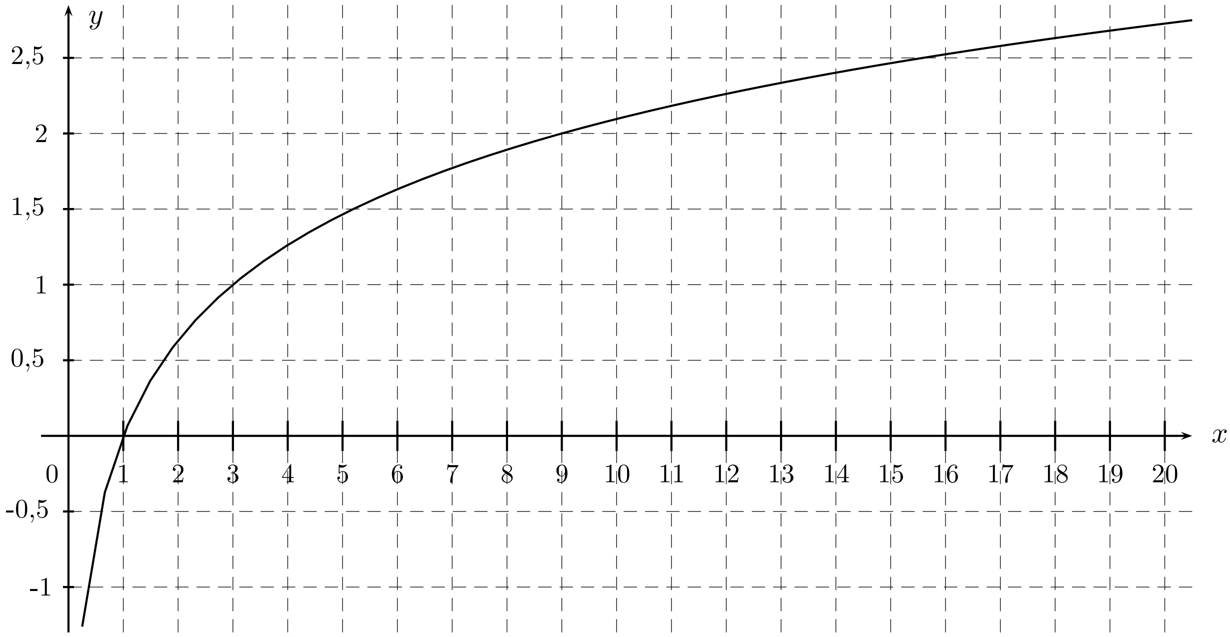


53. Dados dois números reais positivos a e b, sejam $A(a,b) = \dfrac{a+b}{2}$ e $G(a,b) = \sqrt{ab}$ suas médias aritmética e geométrica, respectivamente. Nessas condições, sendo x um número real tal que

$A(\mathrm{sen(x)}, \cos(\mathrm{x})) = \mathrm{G}(\mathrm{sen(x)}, \cos(\mathrm{x}))$ e $0 < x < \frac{\pi}{2}$, podemos concluir que

(a) $x = \frac{\pi}{8}$.
(b) $x = \frac{\pi}{6}$.
(c) $x = \frac{\pi}{5}$.
(d) $x = \frac{\pi}{4}$.
(e) $x = \frac{\pi}{3}$.

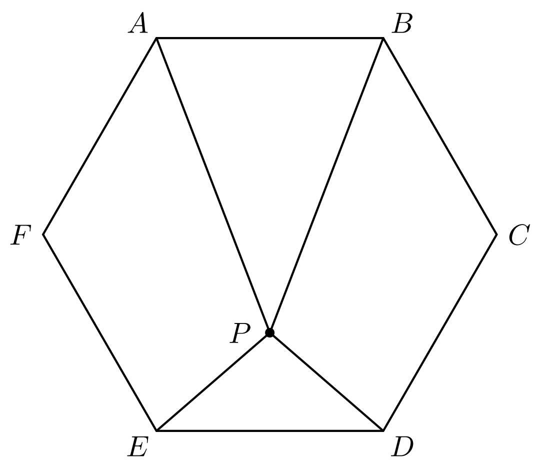
54. Na figura abaixo, está representada, fora de escala, uma parte do gráfico da função $y = \log_3 x$.



A partir do gráfico, pode-se concluir que a solução da equação $9^x = 15$ vale, aproximadamente,

(a) $2,50$. (b) $1,65$. (c) $1,45$. (d) $1,25$. (e) $1,10$.

55. Na figura ao lado, $ABCDEF$ é um hexágono regular de lado 4 cm, $PA = PB$ e $PD = PE$. Se a área do triângulo ABP é o triplo da área do triângulo PDE, então a distância entre os pontos P e E, em cm, vale



(a) $\sqrt{7}$.

(b) $\sqrt{6}$.

(c) $\sqrt{5}$.

(d) $\sqrt{3}$.

(e) $\sqrt{2}$.

56. Um polinômio $P(x)$ é divisível pelos polinômios $(x^2 - 5x + 6)$ e $(x^2 - 7x + 12)$. Sobre esse polinômio são feitas três afirmações.

I. O grau de $P(x)$ é igual a 4.

II. O grau de $P(x)$ pode ser igual a 3.

III. O resto da divisão de $P(x)$ por $(x^2 - 6x + 8)$ é igual a 0.

É(São) verdadeira(s), necessariamente, apenas a(s) afirmação(ões)

(a) I. (b) II. (c) III. (d) I e III. (e) II e III.

Utilize as informações a seguir para responder aos testes 57 e 58.

A partir de duas sentenças p e q, pode-se construir uma nova sentença unindo-se as duas anteriores por meio de um **conectivo lógico**. Na tabela abaixo, são descritos dois desses conectivos.

Conectivo	Sentença	Leitura	Significado
condicional ($\rightarrow$)	$p \rightarrow q$	Se p, então q.	A sentença $p \rightarrow q$ só é falsa se p for verdadeira e q for falsa. Nos demais casos, $p \rightarrow q$ é verdadeira
bicondicional ($\leftrightarrow$)	$p \leftrightarrow q$	p se, e somente se, q.	A sentença $p \leftrightarrow q$ só é verdadeira quando p e q são ambas verdadeiras ou p e q são ambas falsas. Nos demais casos, $p \leftrightarrow q$ é falsa.

57. Sejam a e b ***números inteiros*** que safisfazem, respectivamente, às equações

$$(2^x - 16) \cdot (3^x - 9) = 0 \quad \text{e} \quad x^2 - 6x + 5 = 0.$$

Então, a única sentença necessariamente **FALSA** é

(a) (a é par) $\rightarrow$ (b é ímpar).
(b) (a é ímpar) $\rightarrow$ (b é par).
(c) (a é ímpar) $\rightarrow$ (b é ímpar).
(d) (a é par) $\leftrightarrow$ (b é ímpar).
(e) (a é ímpar) $\leftrightarrow$ (b é ímpar)

58. Considere as duas sentenças abaixo.

(1) Se o filme já começou, então o telefone está desligado.
(2) O telefone está desligado se, e somente se, o cidadão é educado.

Sabendo que a sentença (1) é falsa e a sentença (2) é verdadeira, é correto concluir que

(a) o filme já começou, o telefone não está desligado e o cidadão é educado.
(b) o filme já começou, o telefone está desligado e o cidadão é educado.
(c) o filme já começou, o telefone não está desligado e o cidadão não é educado.
(d) o filme não começou, o telefone está desligado e o cidadão é educado.
(e) o filme não começou, o telefone não está desligado e o cidadão não é educado.

59. Todos os candidatos inscritos num vestibular escolheram na ficha de inscrição que preencheram uma única entre as três seguintes situações prévias (em relação ao ano anterior): freqüentou um cursinho, acabou de sair do ensino médio ou estudou sozinho. Por um erro no processamento dos dados, foi gerado um relatório sobre essas respostas apenas com as seguintes informações:

- 800 não fizeram cursinho,
- 1200 não acabaram de sair do ensino médio,
- 1500 não ficaram estudando sozinhos durante o último ano.

Com isso, conclui-se que o número total de inscritos foi igual a

(a) 1250.
(b) 1750.
(c) 2500.
(d) 3500.
(e) 4750.

60. As três testemunhas de um crime (T_1, T_2, T_3) não quiseram delatar diretamente o criminoso. Por outro lado, o infrator é uma das seis pessoas que foram encontradas na cena do crime. A polícia propôs então o seguinte jogo de reconhecimento para as três testemunhas:

- Todas as combinações de 4 nomes, escolhidos entre os 6 nomes dos supeitos, serão escritas em diferentes cartões.
- A testemunha T_1 seleciona um cartão que contenha o nome do criminoso, em seguida a testemunha T_2 seleciona outro cartão que também contenha o nome do criminoso, depois a testemunha T_3 faz o mesmo, depois a testemunha T_1 volta a escolher e assim por diante, até que o investigador consiga, por eliminação, descobrir o criminoso.

O criminoso pode ser revelado no menor número de passos possível (p passos) ou no maior número de passos possível (q passos). Nessas duas possibilidades, o passo p e o passo q corresponderiam, respectivamente, à escolha

(a) da testemunha T_1 e da testemunha T_2.
(b) da testemunha T_1 e da testemunha T_3.
(c) da testemunha T_3 e da testemunha T_1.
(d) da testemunha T_3 e da testemunha T_2.
(e) da testemunha T_2 e da testemunha T_1.