27. No Brasil, o $2^{\underline{o}}$ turno das eleições presidenciais é disputado por apenas dois candidatos. O ganhador é aquele que conquistar mais da metade dos votos válidos, isto é, mais de 50% do total de votos excluindo-se votos brancos e nulos. De acordo com esse critério, um candidato ganhará o $2^{\underline{o}}$ turno de uma eleição presidencial obtendo somente 30% do total de votos se, e somente se, os votos brancos e nulos dados nessa etapa da eleição representarem

    (a) menos de 70% do total dos votos.
    (b) mais de 70% do total dos votos.
    (c) 50% do total dos votos.
    (d) menos de 40% do total dos votos.
    (e) mais de 40% do total dos votos.

28. Dois faraós do antigo Egito mandaram construir seus túmulos, ambos na forma de pirâmides quadrangulares regulares, num mesmo terreno plano, com os centros de suas bases distando 120 m. As duas pirâmides têm o mesmo volume, mas a área da base de uma delas é o dobro da área da base da outra. Se a pirâmide mais alta tem 100 m de altura, então a distância entre os vértices das duas pirâmides, em metros, é igual a

    (a) 100.
    (b) 120.
    (c) 130.
    (d) 150.
    (e) 160.

Utilize as informações a seguir para os testes 29 e 30.

No plano cartesiano, considere o triângulo ABC, sendo $A = (0, 0)$, $B = (3\sqrt{3}, 3)$ e $C = (0, 6)$.

29. Uma equação da circunferência circunscrita ao triângulo ABC é

    (a) $(x - \sqrt{3})^2 + (y - 3)^2 = 12$.
    (b) $(x - \sqrt{3})^2 + (y - 3)^2 = 9$.
    (c) $(x - \frac{3\sqrt{3}}{2})^2 + (y - 3)^2 = \frac{27}{4}$.
    (d) $(x - 3)^2 + (y - \sqrt{3})^2 = 9$.
    (e) $(x - 3)^2 + (y - \frac{3\sqrt{3}}{2})^2 = \frac{27}{4}$.

30. A reta r passa pelo ponto $(0, 2)$ e intercepta o segmento $\overline{BC}$, dividindo o triângulo ABC em dois polígonos de áreas iguais. Nessas condições, o coeficiente angular da reta r é igual a

    (a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
    (b) $\frac{\sqrt{3}}{9}$.
    (c) $\frac{5\sqrt{3}}{9}$.
    (d) $\frac{5\sqrt{3}}{27}$.
    (e) $\frac{7\sqrt{3}}{27}$.

Utilize as informações a seguir para os testes 31 e 32.

Um país possui 1.000.000 de eleitores, divididos igualmente entre 10 estados. A tabela a seguir mostra o resultado final da votação para a escolha do novo presidente, quando todos os eleitores votaram.

Candidato	**Percentual dos eleitores**
X	52%
Y	25%
Z	20%
Votos brancos e nulos	3%

31. Durante a votação, uma pessoa entrevistou 10 eleitores, escolhidos aleatoriamente, para tentar prever o resultado da eleição. A probabilidade de que o percentual de eleitores dessa amostra que votaram no candidato Z seja igual ao percentual de votos obtidos por esse candidato na eleição é aproximadamente igual a

    (a) $(0,2)^2 \cdot (0,8)^8$ (ou seja, aproximadamente 1%).

    (b) $(0,2)^2 + (0,8)^8$ (ou seja, aproximadamente 20%).

    (c) $45 \cdot (0,2)^2 \cdot (0,8)^8$ (ou seja, aproximadamente 30%).

    (d) $90 \cdot (0,2)^2 \cdot (0,8)^8$ (ou seja, aproximadamente 60%).

    (e) $\frac{2\cdot(0,2)+8\cdot(0,8)}{10}$ (ou seja, aproximadamente 68%).

32. Analisando o percentual de votos recebidos pelo candidato X na eleição, é correto afirmar que

    (a) os votos recebidos por ele foram dados em pelo menos 6 estados diferentes.

    (b) ele foi necessariamente o mais votado em todos os estados do país.

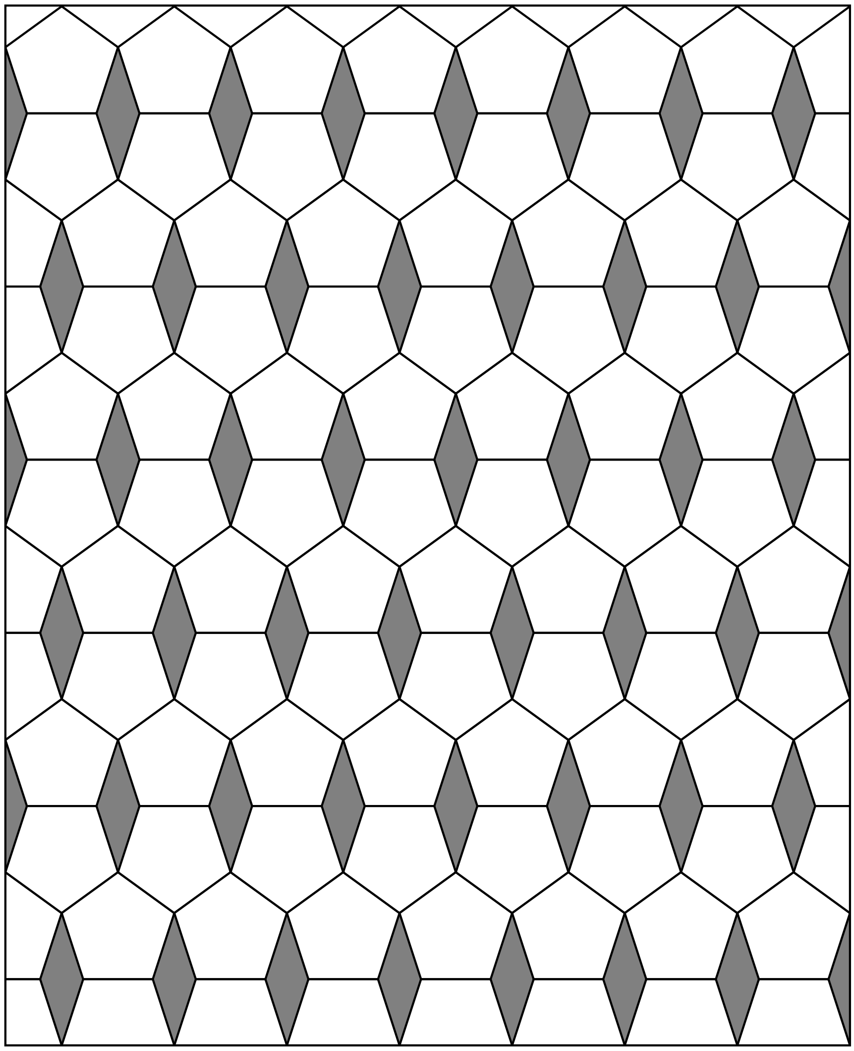
    (c) ele necessariamente recebeu votos em todos os estados do país.

    (d) é possível que ele não tenha sido primeiro colocado em nenhum dos 10 estados.

    (e) é possível que ele não tenha recebido votos em 5 estados diferentes.

Utilize as informações a seguir para os testes 33 e 34.

O mosaico da figura é formado por losangos congruentes entre si e por pentágonos regulares.



A razão entre as áreas de um pentágono e um losango, nessa ordem, é igual a R.

33. A razão entre a área da região clara e a área da região escura da figura, nessa ordem, é aproximadamente igual a

    (a) $3R$.
    (b) $2R$.
    (c) R.
    (d) $\frac{R}{2}$.
    (e) $\frac{R}{3}$.

34. O perímetro de cada pentágono regular da figura é 5 cm. Assim, sendo $\text{sen}72^o = x$, a área de cada pentágono regular, em cm^2, é igual a

    (a) $2Rx\sqrt{1-x^2}$.
    (b) $2Rx^2$.
    (c) $Rx\sqrt{1-x^2}$.
    (d) Rx^2.
    (e) $\frac{Rx^2}{2}$.

Utilize as informações a seguir para os testes 35 e 36.

Escalas logarítmicas são usadas para facilitar a representação e a compreensão de grandezas que apresentam intervalos de variação excessivamente grandes. O pH, por exemplo, mede a acidez de uma solução numa escala que vai de 0 a 14; caso fosse utilizada diretamente a concentração do íon H^+ para fazer essa medida, teríamos uma escala bem pouco prática, variando de 0,00000000000001 a 1.

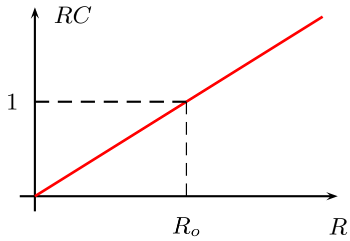
Suponha que um economista, pensando nisso, tenha criado uma medida da renda dos habitantes de um país chamada Renda Comparativa (RC), definida por

$$RC = \log\left(\frac{R}{R_o}\right),$$

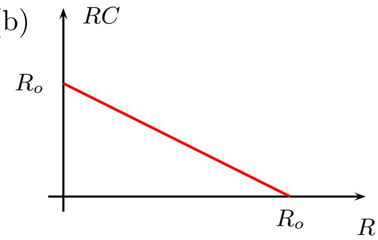
em que R é a renda, em dólares, de um habitante desse país e R_o é o salário mínimo, em dólares, praticado no país. (Considere que a notação log indica logaritmo na base 10.)

35. Dentre os gráficos abaixo, aquele que melhor representa a Renda Comparativa de um habitante desse país em função de sua renda, em dólares, é

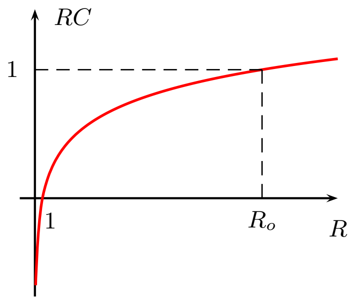
(a)



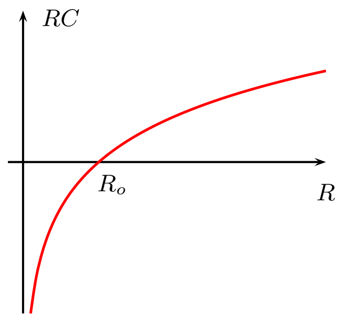
(b)



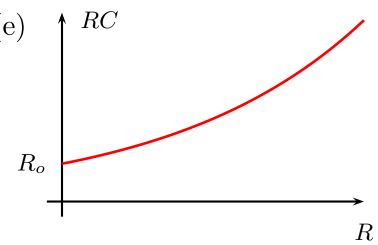
(c)



(d)



(e)



36. As rendas, em dólares, de Paulo e Rafael, dois habitantes desse país, são respectivamente iguais a R_1 e R_2. Se a Renda Comparativa de Paulo supera a de Rafael em 0,5, então a razão $\frac{R_1}{R_2}$ vale aproximadamente

(a) 5,0.

(b) 3,2.

(c) 2,4.

(d) 1,0.

(e) 0,5.

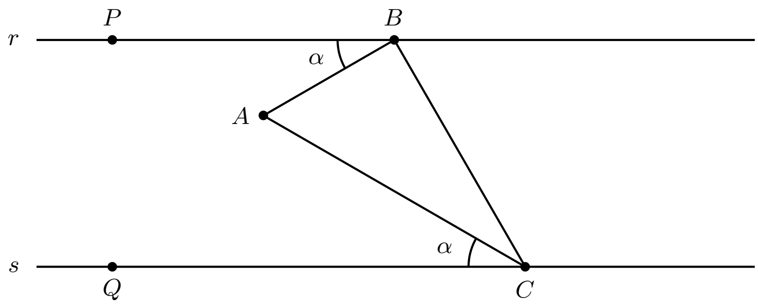
37. Uma função do 2º grau f é tal que, para todo $x \in \mathbb{R}$, tem-se

$$f(x) = f(1 - x).$$

Assim, o gráfico de f é uma parábola cujo vértice é um ponto de abscissa

(a) $\frac{1}{4}$.
(b) $\frac{1}{2}$.
(c) 1.
(d) 2.
(e) 4.

38. Na figura, em que as retas r e s são paralelas, A é um ponto que dista 1 de r e 2 de s. Dada uma medida α, em graus, tal que $0 < \alpha < 90$, tomam-se os pontos B e P sobre r e C e Q sobre s tais que $m(A\hat{B}P) = m(A\hat{C}Q) = \alpha$.



Nessas condições, a área do triângulo ABC é igual a

(a) $\operatorname{tg}\alpha$.
(b) $2\operatorname{tg}\alpha$.
(c) $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{cotg}\alpha$.
(d) $\operatorname{cotg}\alpha$.
(e) $2\operatorname{cotg}\alpha$.

39. A quantidade de números inteiros existentes entre os primeiros 2011 termos da sequência

$$\left(\log_2 1,\ \log_2 \frac{1}{2},\ \log_2 \frac{1}{3},\ \log_2 \frac{1}{4},\ \log_2 \frac{1}{5},\ \ldots, \log_2 \frac{1}{n},\ \ldots\right)$$

é igual a

(a) 10.
(b) 11.
(c) 12.
(d) 13.
(e) 14.

40. Dado um número inteiro e positivo n, considere a matriz A, de tamanho $2 \times n$, definida por

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

Por exemplo, para $n = 3$, temos que $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Dada a identidade $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ e representando por A^T a matriz transposta de A, o determinante da matriz $A \cdot A^T$ é

(a) $\frac{n^2-n}{6}$.
(b) $\frac{n^4-n^2}{12}$.
(c) $\frac{n^4+n^2-2}{18}$.
(d) $\frac{n^2-n}{12}$.
(e) $\frac{n^4-n^2}{6}$.

Utilize as informações a seguir para os testes 41 e 42.

Uma rodovia que liga duas cidades X e Y possui telefones de emergência localizados de 4 em 4 quilômetros. Indo de X até Y por essa rodovia, Júlio passou por quatro postos de gasolina, nesta ordem: P_1, P_2, P_3 e P_4. Júlio observou ainda que os quatro postos estavam localizados a 2 km de distância de um telefone de emergência. Sabe-se que:

- para ir de P_1 até P_4 passa-se por 15 telefones de emergência;
- para ir de P_1 até P_3 passa-se por 11 telefones de emergência;
- para ir de P_2 até P_4 passa-se por 7 telefones de emergência.

41. A distância, em quilômetros, entre os pontos P_2 e P_3 é igual a

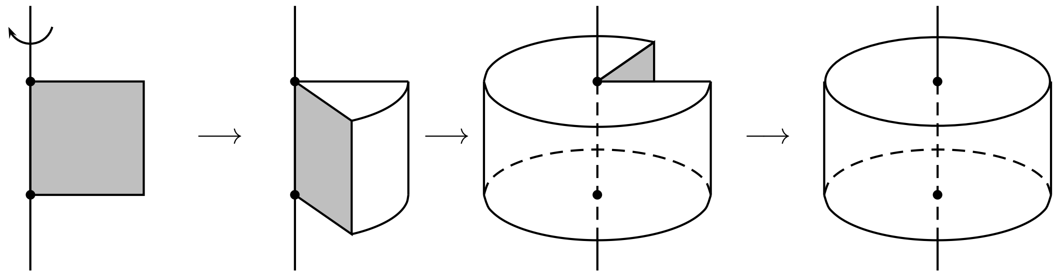
(a) 20.
(b) 18.
(c) 16.
(d) 12.
(e) 8.

42. Um funcionário da companhia responsável pela manutenção dos telefones de emergência viajará do posto P_2 até o posto P_4. Nesse trajeto, ele irá escolher dois telefones para fazer manutenção preventiva. Na volta, indo de P_4 até P_2, ele escolherá outros dois telefones para fazer manutenção preventiva. O número de maneiras distintas que esse funcionário tem para escolher como fará essa inspeção é igual a

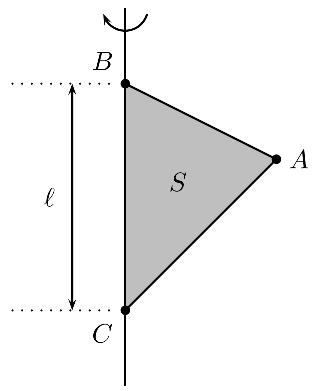
(a) 35.
(b) 105.
(c) 210.
(d) 420.
(e) 840.

Utilize as informações a seguir para os testes 43 e 44.

Os **sólidos de revolução** são gerados pela rotação completa de uma figura plana em torno de um eixo. Por exemplo, rotacionando um quadrado em torno de um eixo que passa por um de seus lados obtemos um cilindro circular reto, como mostra a figura.



43. Considere o sólido gerado pela rotação completa do triângulo acutângulo ABC, de área S, em torno de um eixo que passa pelo lado $\overline{BC}$, que tem comprimento ℓ.



O volume desse sólido é igual a

(a) $\dfrac{4\pi S^2}{3\ell}$.

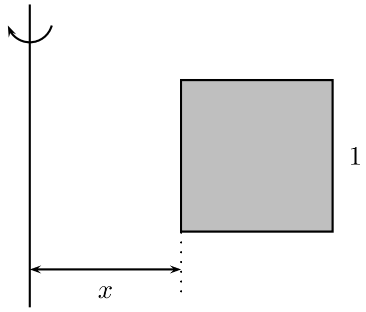
(b) $\dfrac{2\pi S^2}{3\ell}$.

(c) $\dfrac{4\pi S\ell}{3}$.

(d) $\dfrac{2\pi S\ell}{3}$.

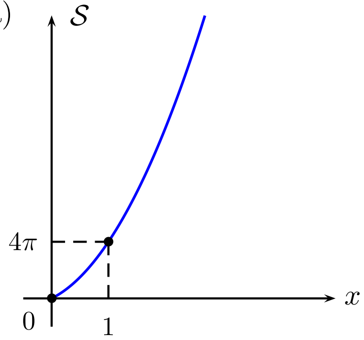
(e) $\dfrac{\pi S\ell}{3}$.

44. Um quadrado de lados medindo 1 cm sofre uma rotação completa em torno de um eixo paralelo a um de seus lados. A distância desse eixo a um dos vértices do quadrado é x cm, como mostra a figura.

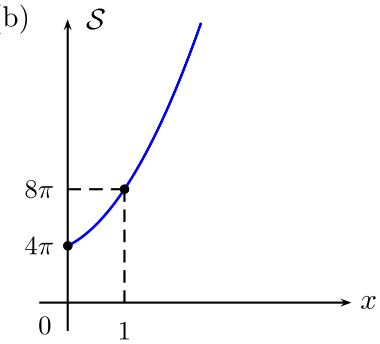


O gráfico que melhor representa a área total $\mathcal{S}$ do sólido gerado por essa rotação, em cm^2, em função de x, para $x \geq 0$, é

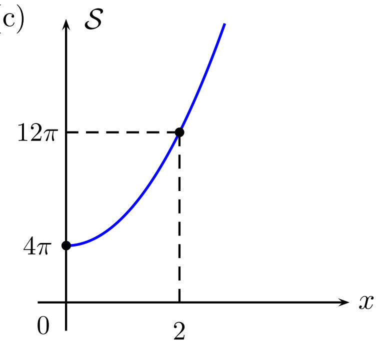
(a)



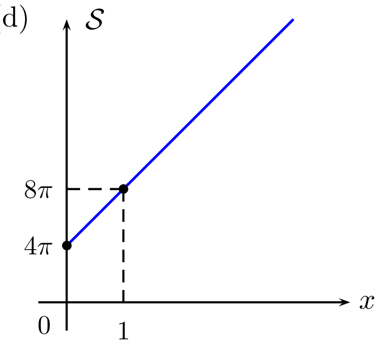
(b)



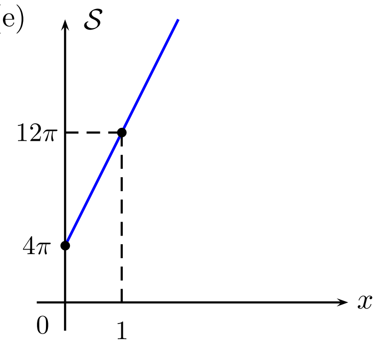
(c)



(d)



(e)

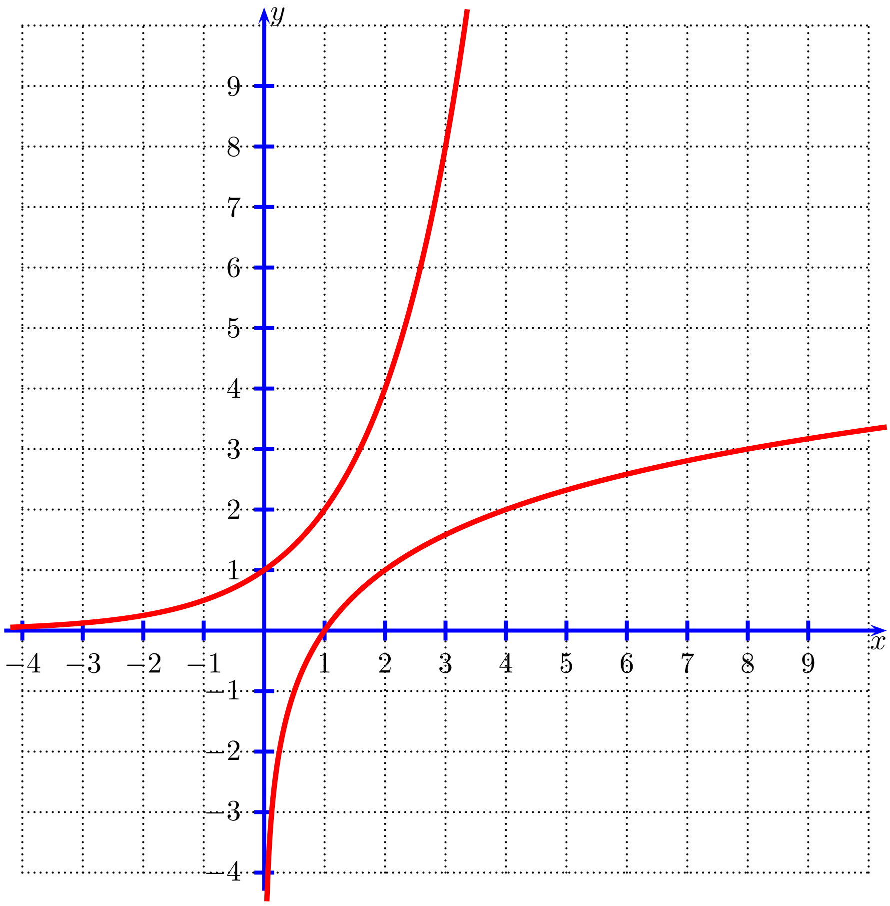


45. No plano cartesiano, A, B, C, D, E e F são vértices consecutivos de um hexágono regular de lados medindo 2. O lado $\overline{BC}$ está contido no eixo das abscissas e o vértice A pertence ao eixo das ordenadas. Sendo P e Q os pontos onde a reta $\overleftrightarrow{DE}$ intercepta o eixo das abscissas e o eixo das ordenadas, respectivamente, a distância entre P e Q é igual a

   (a) 4.
   (b) $4\sqrt{3}$.
   (c) $6\sqrt{3}$.
   (d) 10.
   (e) $10\sqrt{3}$.

Utilize as informações a seguir para os testes 46 e 47.

O gráfico a seguir representa as funções $f(x) = 2^x$ e $g(x) = \log_2 x$.



46. Seja A um número inteiro tal que:

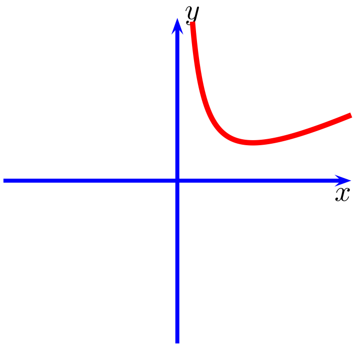
$$\begin{cases} f(A) + g(A) < 10 \\ g(f(A) + g(A)) > 3 \end{cases}$$

   Então, $g(g(A))$ é aproximadamente igual a

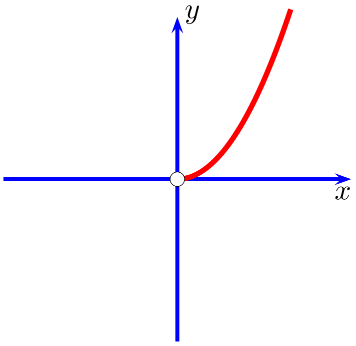
   (a) 0,6.
   (b) 1,2.
   (c) 1,8.
   (d) 2,4.
   (e) 3,0.

47. O gráfico que melhor representa a função $y = f(g(x))$ é

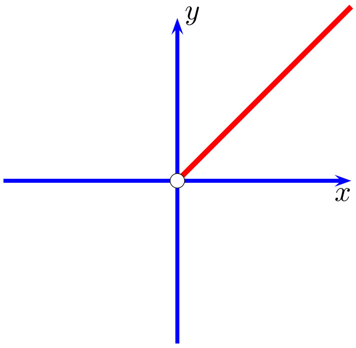
(a)



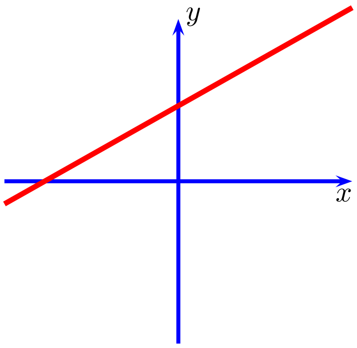
(b)



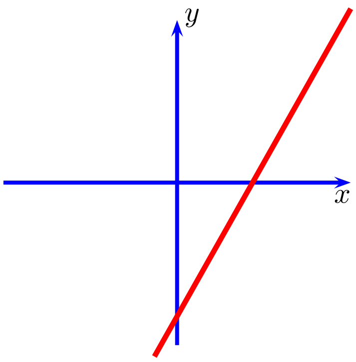
(c)



(d)

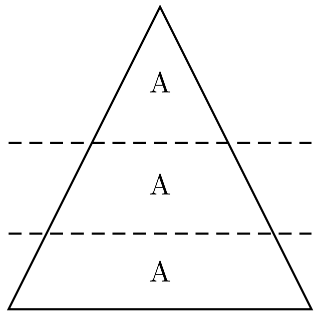


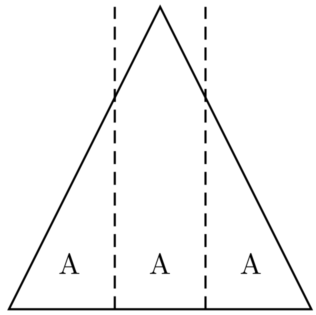
(e)



Utilize as informações a seguir para os testes 48 e 49.

Os dois triângulos da figura são congruentes, ambos isósceles com base e altura medindo 1.





O triângulo da esquerda foi dividido em três partes de áreas iguais por duas retas paralelas à sua base e o da direita foi dividido em três partes de áreas iguais por duas retas perpendiculares à sua base.

48. A distância entre as duas retas paralelas tracejadas no triângulo da esquerda é igual a

(a) $\dfrac{\sqrt{3}-1}{3}$.

(b) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

(c) $\dfrac{\sqrt{6}-1}{3}$.

(d) $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}$.

(e) $\dfrac{\sqrt{6}-3}{\sqrt{3}}$.

49. A distância entre as duas retas perpendiculares à base no triângulo da direita é igual a

(a) $\dfrac{3-\sqrt{2}}{6}$.

(b) $\dfrac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$.

(c) $\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}$.

(d) $\dfrac{6-\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$.

(e) $\dfrac{3-\sqrt{6}}{3}$.

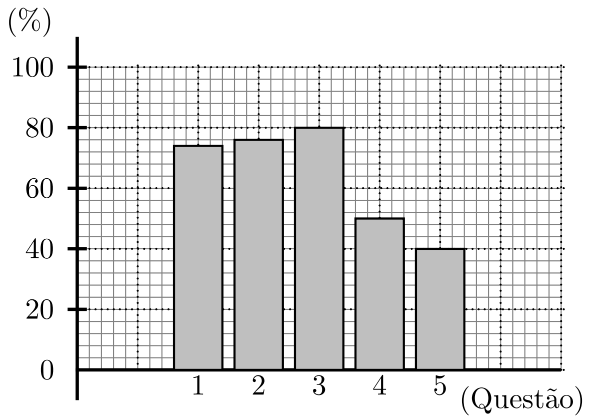
Utilize as informações a seguir para os testes 50 e 51.

A tabela a seguir mostra as quantidades de alunos que acertaram e que erraram as 5 questões de uma prova aplicada em duas turmas. Cada questão valia dois pontos.

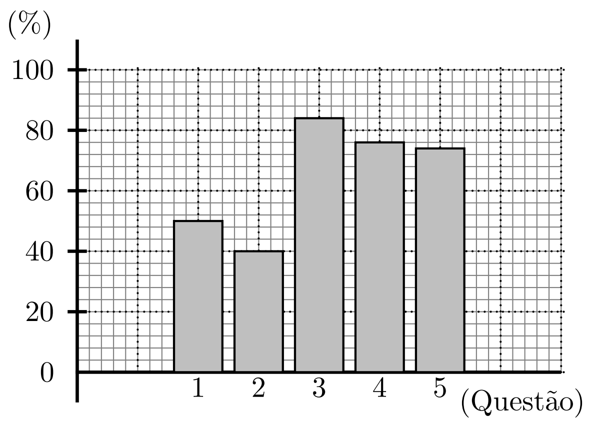
Questão	Acertos Turma A	Erros Turma A	Acertos Turma B	Erros Turma B
1	32	8	42	18
2	28	12	48	12
3	36	4	48	12
4	16	24	24	36
5	20	20	30	30

50. O gráfico que melhor representa o percentual de acerto por questão de todos os alunos é

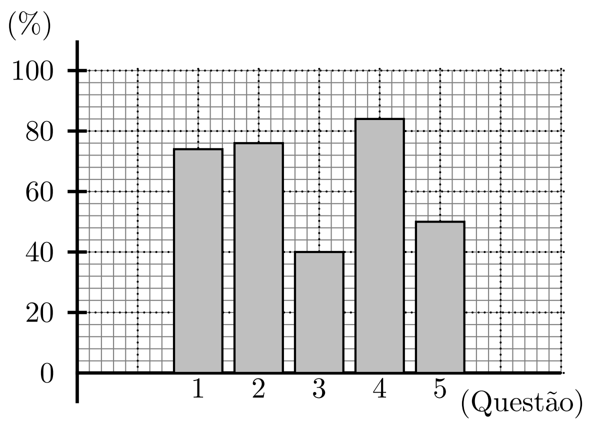
(a)



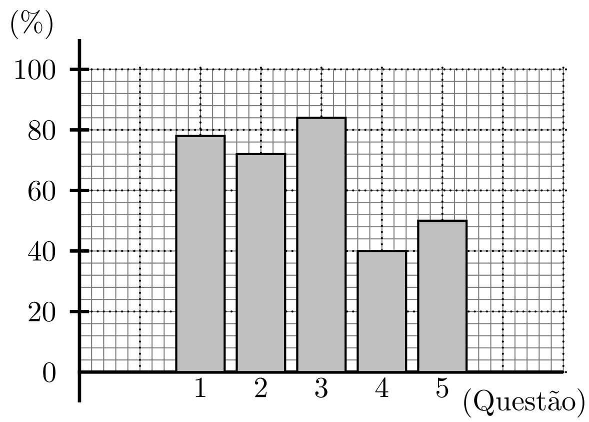
(b)



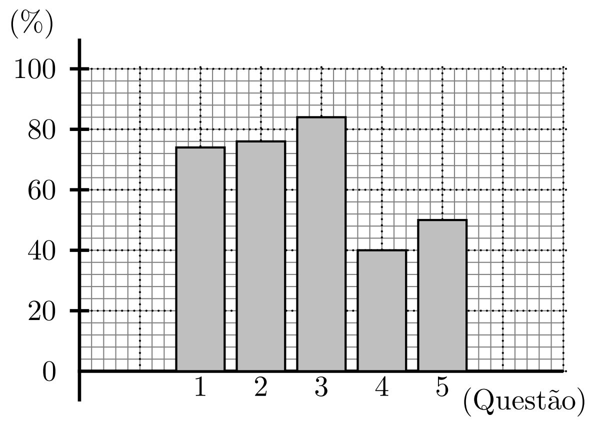
(c)



(d)



(e)



51. A média dos alunos da turma A e a média dos alunos da turma B nesta prova foram, respectivamente,

    (a) 6,80 e 6,20.
    (b) 6,60 e 6,40.
    (c) 6,40 e 6,60.
    (d) 6,20 e 6,80.
    (e) 6,00 e 7,00.

Utilize as informações a seguir para os testes 52 e 53.

Numa pesquisa sobre uma determinada doença, os médicos identificaram relações entre a presença de três substâncias no sangue de uma pessoa e a pessoa estar com a doença. As conclusões dos estudos foram as seguintes:

- Toda pessoa com a substância A no sangue está com a doença.
- Se a pessoa está com a doença, então a substância B está em seu sangue.
- A substância C está presente no sangue de 90% das pessoas que estão com a doença e no sangue de 10% das pessoas que não estão.

52. Uma pessoa certamente não está com a doença se

    (a) a substância A não estiver em seu sangue.
    (b) a substância B não estiver em seu sangue.
    (c) a substância C não estiver em seu sangue.
    (d) a substância C estiver em seu sangue e a substância B também.
    (e) a substância C não estiver em seu sangue e a substância A estiver.

53. Um laboratório farmacêutico deseja criar um teste para ser feito em larga escala para diagnosticar essa doença, mas a identificação de cada uma das substâncias A, B e C no sangue da pessoa tem custo. O laboratório deseja criar um teste que nunca dê falso positivo* e que seja feito identificando-se o mínimo de substâncias. Os estudos feitos permitem concluir que a criação deste teste

    (*Um teste resulta num falso positivo quando indica que a pessoa tem a doença, sendo que não tem.)

    (a) não será possível ao laboratório, mesmo que o teste identifique a presença as três substâncias.
    (b) será possível, mas a presença das três substâncias precisará ser identificada.
    (c) será possível identificando a presença de apenas duas substâncias quaisquer.
    (d) será possível identificando a presença de apenas uma substância qualquer.
    (e) será possível identificando a presença de apenas uma substância específica.

Utilize as informações a seguir para os testes 54 e 55.

Num torneio de calouros, cada cantor se apresenta para três jurados, que o avaliam de forma independente, cada jurado indicando apenas se o candidato está aprovado ou reprovado. A tabela a seguir mostra as probabilidades de cada jurado aprovar ou não um candidato, conforme a opinião do público geral:

Público Geral	Primeiro Jurado	Segundo Jurado	Terceiro Jurado
Aprova o candidato	50%	75%	80%
Não aprova o candidato	50%	40%	25%

Um candidato é aprovado para a fase final se obtiver aprovação de pelo menos dois jurados.

54. A diferença entre a probabilidade de um candidato ser aprovado caso o público geral o aprove e caso o público geral não o aprove é igual a

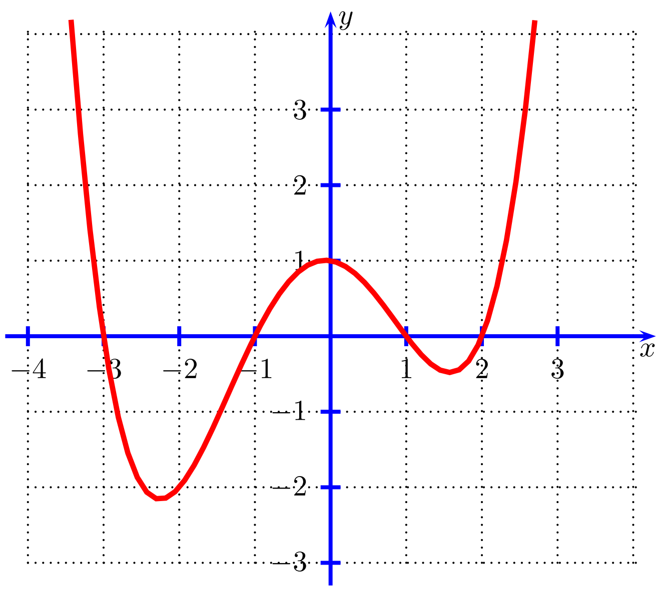
(a) 25%.
(b) 30%.
(c) 35%.
(d) 40%.
(e) 45%.

55. Na fase final, um candidato terá sua música gravada somente se for aprovado pelos três jurados e for aprovado pelo público geral. Para que um candidato não tenha sua música gravada na fase final,

(a) é suficiente que nenhum jurado aprove o candidato.
(b) é necessário que um jurado não aprove o candidato.
(c) é suficiente que o público geral aprove o candidato.
(d) é necessário que os três jurados não aprovem o candidato.
(e) é necessário que o público geral não aprove o candidato.

Utilize as informações a seguir para os testes 56 e 57.

O gráfico a seguir representa uma função polinomial do quarto grau $p(x)$, tal que $p(0) = 1$.



56. Dos pares de funções abaixo, aquele em que $g(x)$ tem exatamente duas raízes reais distintas e $h(x)$ não admite raízes reais é

(a) $g(x) = p(x) - 1$ e $h(x) = p(x) - 3$.

(b) $g(x) = p(x) - 2$ e $h(x) = p(x) + 2$.

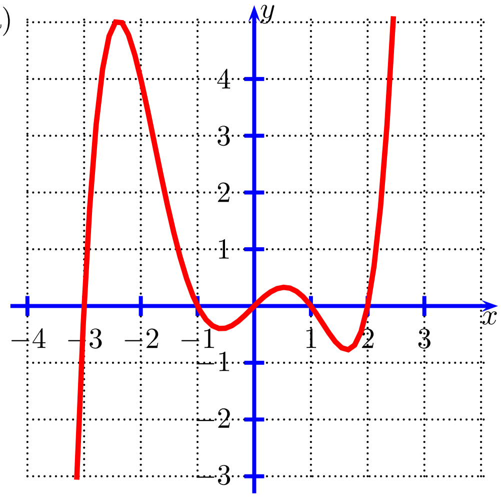
(c) $g(x) = p(x) + 1$ e $h(x) = p(x) + 3$.

(d) $g(x) = p(x) + 2$ e $h(x) = p(x) - 2$.

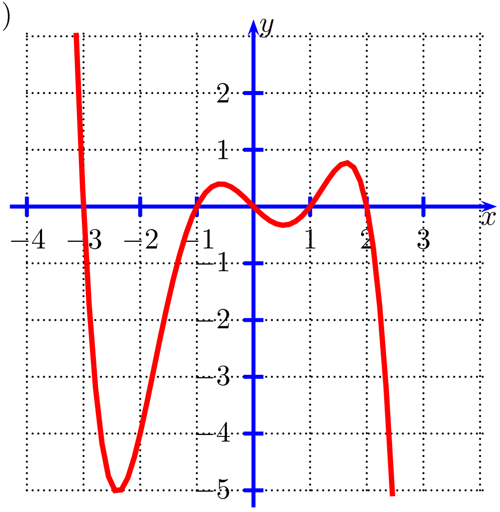
(e) $g(x) = p(x) - 1$ e $h(x) = p(x) + 3$.

57. Dos gráficos abaixo, aquele que melhor representa o gráfico de $f(x) = xp(x)$ é

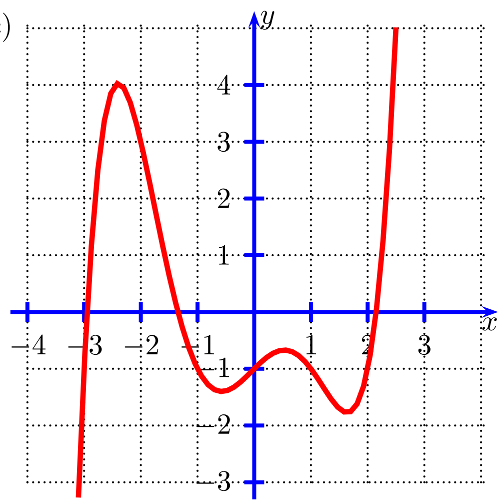
(a)



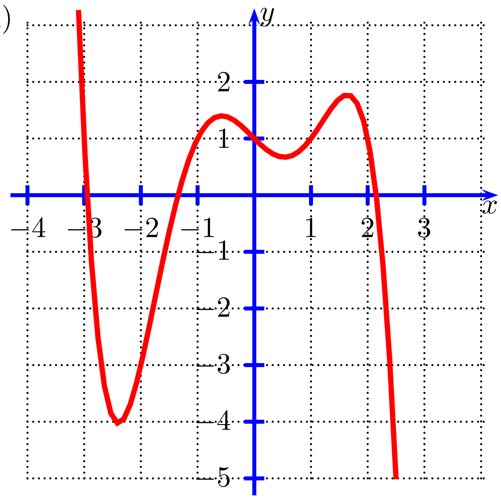
(b)



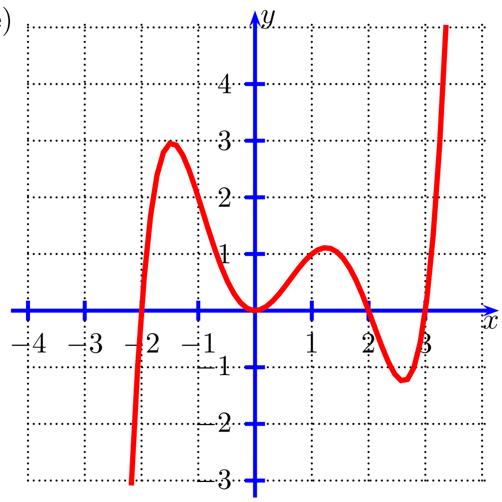
(c)



(d)



(e)



58. No aniversário de 20 anos de uma escola, seu fundador fez a seguinte declaração:

“Nesses 20 anos, formamos 25 alunos que hoje são professores desta casa e 30 alunos que hoje são médicos. Entretanto, em nenhum ano formamos mais do que dois desses médicos e nem mais do que três desses professores.”

É correto afirmar que, certamente,

(a) em todos os anos formou-se pelo menos um dos professores.
(b) em todos os anos formou-se pelo menos um dos médicos.
(c) em pelo menos um ano não se formou nenhum médico e nenhum professor.
(d) em pelo menos um ano formou-se pelo menos um médico e pelo menos um professor.
(e) em pelo menos um ano formou-se pelo menos um médico e nenhum professor.

59. Ao serem investigados, dois suspeitos de um crime fizeram as seguintes declarações:

Suspeito A: Se eu estiver mentindo, então não sou culpado.

Suspeito B: Se o suspeito A disse a verdade ou eu estiver mentindo, então não sou culpado.

Se o suspeito B é culpado e disse a verdade, então

(a) o suspeito A é inocente, mas mentiu.
(b) o suspeito A é inocente e disse a verdade.
(c) o suspeito A é culpado, mas disse a verdade.
(d) o suspeito A é culpado e mentiu.
(e) o suspeito A é culpado, mas pode ter dito a verdade ou mentido.

60. Duas companhias aéreas **A** e **B** realizam voos entre duas cidades X e Y. Sabe-se que:

- a quantidade de voos realizados semanalmente pelas duas companhias é igual;
- a companhia **A** tem uma taxa de ocupação média de 70% nesses voos;
- a companhia **B** tem uma taxa de ocupação média de 40% nesses voos.

A companhia **B** colocou nos jornais uma propaganda com os seguintes dizeres:

“Somos a companhia que mais transporta passageiros entre as cidades X e Y.”

A companhia **A** foi para a justiça, alegando que a afirmação era falsa e, portanto, enganava os consumidores. Dentre os argumentos a seguir, aquele que representa a melhor defesa para a companhia **B** é

(a) “nossos aviões atrasam, em média, metade das vezes que atrasam os aviões da companhia **A**”.
(b) “nossos aviões têm, em média, a metade da capacidade dos aviões da companhia **A**”.
(c) “nosso maior avião tem o dobro da capacidade do maior avião da companhia **A**”.
(d) “nossos aviões têm, em média, o dobro da capacidade dos aviões da companhia **A**”.
(e) “nossos aviões voam com o dobro da velocidade dos aviões da companhia **A**”.