

2019

1º Semestre



Raciocínio
Lógico-Matemático

VESTIBULAR FGV

GRADUAÇÃO EM DIREITO SP

GRADE DE CORREÇÃO

NOME:

IDENTIDADE:

INSCRIÇÃO:

LOCAL:

DATA: 15/11/2018

SALA:

ORDEM:

Assinatura do Candidato: _____

RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO

QUESTÃO 1

João precisa de dinheiro trocado para fazer três pagamentos: um de R\$ 170,00, outro de R\$ 50,00 e ainda um terceiro de R\$ 20,00.

O caixa eletrônico do seu banco funciona com um algoritmo que, a partir do valor solicitado para saque, identifica todas as possíveis combinações de cédulas disponíveis que o satisfazem e, então, sorteia uma ao acaso, atribuindo a mesma probabilidade a cada uma delas.

Admitindo que João possa efetuar um único saque no valor máximo de R\$ 300,00 e que, naquele caixa eletrônico, somente existam cédulas disponíveis de R\$ 20,00, R\$ 50,00 e R\$ 100,00, responda:

A Com um único saque no valor de R\$ 300,00, quantas combinações diferentes de cédulas permitiriam a João efetuar seus pagamentos? Quais são essas combinações?

RESPOSTA

R\$ 170,00 <três maneiras>:

Uma cédula de R\$ 50,00 e seis de R\$ 20,00 ou

Uma cédula de R\$ 50,00, uma de R\$ 20,00 e uma de R\$ 100,00 ou

Três cédulas de R\$ 50,00 e uma de R\$ 20,00.

R\$ 50,00 <apenas uma maneira>:

Uma cédula de R\$ 50,00.

R\$ 20,00 <apenas uma maneira>:

Uma cédula de R\$ 20,00.

'Resto' de R\$ 60,00 <apenas uma maneira>:

Três cédulas de R\$ 20,00.

Logo, há $3 \times 1 \times 1 \times 1 = 3$ combinações possíveis:

2 x R\$ 50,00 + 10 x R\$ 20,00

1 x R\$ 100,00 + 2 x R\$ 50,00 + 5 x R\$ 20,00

4 x R\$ 50,00 + 5 x R\$ 20,00

GRADE DE CORREÇÃO

0% – Em branco ou nada pertinente ou apresentou o número de possibilidades para sacar \$240,00, sem levar em conta os pagamentos distintos.

25% – Tentou fazer a árvore de possibilidades e respondeu um número incorreto de possibilidades para os pagamentos ou para o saque de \$300,00.

50% – Respondeu o número (10) de possibilidades para o saque ou encontrou apenas uma possibilidade para efetuar os pagamentos distintos.

75% – Encontrou duas possibilidades para efetuar os pagamentos distintos.

100 % – Respondeu corretamente: 3 possibilidades para efetuar os pagamentos distintos.

RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO

QUESTÃO 1 (continuação)

B Se João solicitar um único saque de R\$ 300,00, qual é a probabilidade de conseguir o dinheiro trocado para os pagamentos que precisa fazer?

RESPOSTA

Cédulas / Quantidades	100	50	20	Soma
	<u>3</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>300</u>
	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>0</u>	<u>300</u>
	<u>2</u>	<u>0</u>	<u>5</u>	<u>300</u>
	<u>1</u>	<u>4</u>	<u>0</u>	<u>300</u>
	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>5</u>	<u>300</u>
	<u>1</u>	<u>0</u>	<u>10</u>	<u>300</u>
	<u>0</u>	<u>6</u>	<u>0</u>	<u>300</u>
	<u>0</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>300</u>
	<u>0</u>	<u>2</u>	<u>10</u>	<u>300</u>
	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>15</u>	<u>300</u>

A probabilidade de conseguir o dinheiro trocado para seus pagamentos, nessa situação, é de 3/10 ou 30%.

GRADE DE CORREÇÃO

0% – Em branco ou nada pertinente.

25% – Respondeu a probabilidade, com erro nos eventos favoráveis E no espaço amostral, considerando 1 ou 4 eventos favoráveis e 6 ou 7 ou 8 ou 11 ou 12 possibilidades para o espaço amostral.

50% – Respondeu a probabilidade, com erro nos eventos favoráveis OU no espaço amostral, ou respondeu 2/9.

75% – Respondeu 3/9 ou 2/10 como decorrência de imprecisão na montagem da resolução.

100 % – Respondeu corretamente: 3/10 ou 30%.

RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO

QUESTÃO 1 (continuação)

C Identifique todos os valores de saque (no valor máximo de R\$ 300,00) para os quais existe alguma chance de se obter o dinheiro trocado para os pagamentos. Para qual valor de saque a probabilidade de se obter dinheiro trocado para fazer os três pagamentos é máxima?

RESPOSTA

João conseguirá obter o dinheiro trocado solicitando saques de R\$ 300,00, R\$ 290,00, R\$ 280,00, R\$ 260,00 ou R\$ 240,00.

As probabilidades de conseguir o dinheiro trocado são:

30% se sacar R\$ 300,00

50% se sacar R\$ 290,00

50% se sacar R\$ 280,00

50% se sacar R\$ 260,00

50% se sacar R\$ 240,00

240				260				280				290			
100	50	20	Soma	100	50	20	Soma	100	50	20	Soma	100	50	20	Soma
2	0	2	240	2	0	3	260	2	0	4	280	2	1	2	290
1	2	2	240	1	2	3	260	1	2	4	280	1	3	2	290
1	0	7	240	1	0	8	260	1	0	9	280	1	1	7	290
0	4	2	240	0	4	3	260	0	4	4	280	0	5	2	290
0	2	7	240	0	2	8	260	0	2	9	280	0	3	7	290
0	0	12	240	0	0	13	260	0	0	14	280	0	1	12	290

Assim, há quatro valores de saque associados à maior probabilidade (50%) de se conseguir dinheiro trocado para os três pagamentos.

GRADE DE CORREÇÃO

0% – Em branco ou nada pertinente, ou respondeu indicando a possibilidade de sacar \$250,00.

25% – Respondeu indicando apenas algumas possibilidades de saque.

50% – Respondeu indicando as 4 possibilidades de saque (\$240,00; \$260,00; \$280,00 e \$290,00), ou 3 delas, ainda que incluindo o saque de \$270,00, mas não apresentou as respectivas probabilidades.

75% – Respondeu indicando as 4 possibilidades de saque (\$240,00; \$260,00; \$280,00 e \$290,00), ou 3 delas, ainda que incluindo o saque de \$270,00, ou indicou uma ou algumas delas como sendo as corretas e apresentou as respectivas probabilidades, ainda que erradas ou indicando apenas algumas dessas possibilidades com probabilidade de 50% para fazer os 3 pagamentos.

100% – Respondeu corretamente: saques de \$240,00; \$260,00; \$280,00 e \$290,00 com probabilidade de 50% para fazer os 3 pagamentos.

RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO

QUESTÃO 2

Em certa cidade, o presente mais vendido no último Dia das Crianças foi uma bolinha que, ao ser jogada no chão, tem como característica quicar muitas vezes antes de parar.

A Uma criança jogou, verticalmente, uma dessas bolinhas de uma altura de 10 metros do chão. A bolinha começou então a quicar sobre o mesmo ponto. Após o primeiro quique, a bolinha subiu 8 metros. A altura que atingia após os demais quiques também era sempre igual a $4/5$ da altura atingida no quique anterior. Calcule a distância vertical total percorrida por essa bolinha.

RESPOSTA

A distância vertical total percorrida pela bolinha pode ser representada pela série

$$D = 10 + 2 \cdot 10 \cdot 4/5 + 2 \cdot 10 \cdot 4/5 \cdot 4/5 + 2 \cdot 10 \cdot 4/5 \cdot 4/5 \cdot 4/5 + \dots$$

$$D = 10 + 2 \cdot 10 \cdot 4/5 + 2 \cdot 10 \cdot (4/5)^2 + 2 \cdot 10 \cdot (4/5)^3 + \dots$$

$$D = 10 + [2 \cdot 10 \cdot 4/5 + 2 \cdot 10 \cdot (4/5)^2 + 2 \cdot 10 \cdot (4/5)^3 + \dots]$$

A série entre colchetes é uma série geométrica com

$$\text{primeiro termo} = 2 \cdot 10 \cdot 4/5 = 16$$

$$\text{e razão} = 4/5 = 0,8$$

Logo,

$$D = 10 + 16/(1-0,8)$$

$$D = 90 \text{ metros}$$

GRADE DE CORREÇÃO

0% – Em branco ou nada pertinente.

25% – Buscou somar um a um os deslocamentos da bolinha, por exemplo, apresentando: $(10 + 8 + 6,4 + 5,12\dots)$; $(10 + 8 + 8 + 6,4 + 6,4\dots)$, com falhas OU identificou se tratar da soma dos infinitos termos de uma progressão geométrica com razão entre 0 e 1, mas não avançou.

50% – Tentativa de somar, um a um, os deslocamentos da bolinha, reconhecendo as 'descidas' $(10 + 8 + 6,4 + \dots)$ e as subidas $(8 + 6,4 + \dots)$, chegando em valor de resposta aproximado OU usou corretamente a fórmula de soma dos infinitos termos da PG, porém considerou apenas os deslocamentos de 'descida' OU 'subida'.

75% – Usou corretamente a fórmula de soma dos infinitos termos da PG, porém ofereceu como resposta $2 \times 40 = 80$ (ignorando a primeira descida de 10 metros), OU $2 \times 50 = 100$ (contando duas vezes a primeira descida de 10 metros) OU com erro simples de conta.

100% – Apresentou a resposta correta (90 metros).

RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO

QUESTÃO 2 (continuação)

B A bolinha tem forma de esfera de 2 cm de raio. Ela é constituída de dois materiais: um líquido em seu interior, ocupando região equivalente à de uma esfera de raio 1,5 cm, e um material sólido preenchendo a parte restante. A espessura do material sólido é constante e igual a 0,5 cm. Qual é o volume ocupado pelo material sólido? Utilize a aproximação $\pi = 3$. O volume da esfera é dado por $V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r a medida do raio da esfera.

RESPOSTA

$$V_{\text{sólido}} = V_{\text{total}} - V_{\text{líquido}}$$

$$V_{\text{sólido}} = \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot (2)^3 - \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot (1,5)^3$$

$$V_{\text{sólido}} = 32 - 13,5 = 18,5 \text{ cm}^3$$

GRADE DE CORREÇÃO

0% – Em branco ou nada pertinente.

25% – Iniciou corretamente a apresentação da solução, indicando ser o volume buscado a diferença entre o volume da esfera de raio = 2 e o volume da esfera de raio = 1,5, mas sem avançar ou avançando com muitos erros OU calculou apenas o volume de uma dessas esferas, oferecendo o valor como resposta à questão OU calculou o volume de uma esfera de raio = 0,5.

50% – Indicou ser o volume buscado a diferença entre o volume da esfera de raio = 2 e o volume da esfera de raio = 1,5, mas calculou apenas o volume de uma dessas esferas (sem progredir) OU executou os cálculos com erros simples de conta no volume de ambas as esferas.

75% – Indicou ser o volume buscado a diferença entre o volume da esfera de raio = 2 e o volume da esfera de raio = 1,5 e executou os cálculos, porém com erro simples de conta.

100% – Apresentou a resposta correta ($V = 18,5 \text{ cm}^3$).

C Para que a superfície da bolinha dobre de área, qual deverá ser a nova medida de seu raio?

Note que a superfície esférica de centro O e raio r é o conjunto de pontos do espaço cuja distância ao ponto O é igual ao raio r . A área da superfície esférica é dada por: $A_{\text{superfície}} = 4\pi r^2$, sendo r a medida do raio da esfera.

RESPOSTA

Seja x a medida do novo raio:

$$4 \cdot \pi (x)^2 = 2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 2^2$$

$$x^2 = 8$$

$$x = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

GRADE DE CORREÇÃO

0% – Em branco ou nada pertinente.

25% – Iniciou a resolução, por exemplo encontrando a área da superfície da esfera de raio = 2, mas não progrediu ou progrediu com muitos erros.

50% – Montou corretamente a equação para encontrar o raio da esfera com o dobro da superfície, mas não desenvolveu ou desenvolveu com muitos erros.

75% – Desenvolveu a resposta com raciocínio correto, porém concluiu com resposta numérica errada devido a erro simples de conta.

100% – Apresentou a resposta correta ($r' = 2\sqrt{2}$).

RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO

QUESTÃO 3

Em determinado município, as receitas aumentam a uma taxa de 10% ao ano, enquanto as despesas crescem a uma taxa de 20% ao ano. Em 2010, o balanço dessa localidade apresentou receitas de \$1.000.000,00 e despesas de \$800.000,00

A Qual foi a taxa de variação do resultado do município de 2012 em relação a 2011? Considere o *resultado* do município como sendo a diferença entre receitas e despesas, ou seja, *resultado* = (receitas) – (despesas).

RESPOSTA

Ano	2010	2011	2012
Receita	1.000.000	1.100.000	1.210.000
Despesa	800.000	960.000	1.152.000
Resultado	200.000	140.000	58.000

$$\frac{58.000 - 140.000}{140.000} = -0,586$$

O resultado do município sofreu uma variação de -58,6% em 2012, em relação a 2011.

GRADE DE CORREÇÃO

0% – Em branco ou nada pertinente.

25% – Apresentou a evolução da receita nos três anos.

50% – Nos três anos, apresentou: receita, custo, e resultado.

Ano	2010	2011	2012
Receita	1.000.000	1.100.000	1.210.000
Despesa	800.000	960.000	1.152.000
Resultado	200.000	140.000	58.000

75% – Calculou a variação percentual $\Delta\% = (58.000 - 140.000) / 140.000$ ou erros de conta com resposta $|\Delta\%| \neq 0,586$ e $56\% \leq |\Delta\%| \leq 60\%$.

100 % – Resposta correta $\Delta\% = 58,6\%$.

RACIOCÍNIO LÓGICO-MATEMÁTICO

QUESTÃO 3 (continuação)

B Representando o ano de 2010 como $x = 0$, o de 2011 como $x = 1$, o de 2012 como $x = 2$, e assim por diante, expresse o resultado (Y) do município, em função de x .

RESPOSTA

$$y(x) = 100000 \cdot 1,1^x - 800000 \cdot 1,2^x$$

GRADE DE CORREÇÃO

0% – Em branco ou nada pertinente.

25% – Modulando alguma equação polinomial ou esboço do gráfico a partir dos três pontos (anos: 2010, 2011, 2012).

50% – Alguma equação exponencial sem determinar os termos $D_1(x)$ e $D_2(x)$ $y = 1000000 \cdot D_1(x) - 800000 D_2(x)$.

75% – Equação exponencial com algum coeficiente inexistente da resposta final.

100% – Apresentando a função $y(x) = 100000 \cdot 1,1^x - 800000 \cdot 1,2^x$.

C Suponha que, nesse município, uma lei de responsabilidade fiscal estabelecesse que as despesas de qualquer ano não pudessem superar 90% das receitas. No ano de 2012, sendo mantida em 10% a taxa de crescimento das receitas, qual deveria ter sido a taxa máxima de crescimento das despesas (em relação ao valor das despesas de 2011), para que essa suposta lei de responsabilidade fiscal fosse respeitada?

RESPOSTA

Em 2011, as receitas foram de \$1.100.000,00. Logo, em 2012, as despesas não poderiam ter ultrapassado 90% das receitas aumentadas em 10%. Isto é, as despesas não deveriam ter sido maiores que $(0,9) \cdot (1.100.000) \cdot (1,1) = \$1.089.000,00$. Como as despesas em 2011 atingiram o montante de \$960.000,00, a taxa máxima de crescimento das despesas deveria ter sido de

$$\frac{1100000 \cdot (1,1) \cdot (0,9)}{960000} - 1 = \frac{1089000}{960000} - 1 = 1,1344 - 1 = 13,44\%$$

GRADE DE CORREÇÃO

0% – Em branco ou nada pertinente.

25% – Montagem do numerador $1.100.000(1,1)(0,9)$.

50% – Montagem do quociente $(1.100.000 \cdot 1,1 \cdot 0,9) / 960.000 - 1$.

75% – Erro de conta, onde $x \neq 13,44\%$ e $12\% \leq x \leq 14\%$.

100% – Resposta correta $\frac{1100000 \cdot (1,1) \cdot (0,9)}{960000} - 1 = \frac{1089000}{960000} - 1 = 1,1344 - 1 = 13,44\%$