

VESTIBULAR 2013

1ª Fase

RACIOCÍNIO LÓGICO- MATEMÁTICO

Grade de Correção

Instruções Gerais:

- Hoje você deverá responder às questões de **Artes e Questões Contemporâneas, História, Geografia** e de **Raciocínio Lógico-Matemático**.
- Você terá **4 horas** para realizar as quatro provas.
- O verso das páginas poderá ser utilizado para rascunho. **Os rascunhos não serão considerados** para efeito de correção.
- As respostas das questões de Raciocínio Lógico-Matemático deverão ser redigidas nos espaços destinados a elas, com letra legível **a lápis ou com caneta azul ou preta**.
- Não se esqueça de **assinar as tarjetas das capas de todos os cadernos da prova**, no local indicado.
- Não se identifique em nenhuma das folhas do corpo da prova, pois isso implicará risco de anulação.

Instruções para a prova de Raciocínio Lógico-Matemático:

A prova de **Raciocínio Lógico-Matemático** é composta por três questões e vale, no total, 10 pontos, assim distribuídos:

Questão 1 – 3,0 pontos (sendo 1 ponto para o subitem **a**, 1 ponto para o subitem **b** e 1 ponto para o subitem **c**).

Questão 2 – 3,5 pontos (sendo 1 ponto para o subitem **a**, 1 ponto para o subitem **b** e 1,5 ponto para o subitem **c**).

Questão 3 – 3,5 pontos (sendo 1 ponto para o subitem **a**, 1 ponto para o subitem **b** e 1,5 ponto para o subitem **c**).

As respostas deverão **apresentar a resolução completa** das questões. Não basta escrever apenas o resultado final, é necessário mostrar o raciocínio utilizado e os cálculos, quando for o caso.

Questão 1

Entre 2006 e 2010, foram cometidos em média 30 crimes por ano em Krypton (entre roubos, estelionatos e assassinatos). Em 2007, foram cometidos 40 crimes no total. Entre 2006 e 2010, o número de crimes evoluiu em uma progressão aritmética.

- a) Qual é a razão da progressão aritmética em que evoluiu o número de crimes, entre 2006 e 2010?
- b) Em 2010, houve duas vezes mais roubos que assassinatos e igual número de roubos e estelionatos. Quantos estelionatos ocorreram em 2010?
- c) Em 2011, foram cometidos 30 crimes. Qual é o número médio de crimes cometidos entre 2007 e 2011?

Respostas:

- a) No período de 2006 a 2010 (cinco anos), houve 150 crimes.

$$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2} \Rightarrow a_1 + a_5 = 60$$

A partir da relação $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$, pode-se escrever:

$$a_1 + a_1 + (5 - 1) \cdot r = 60 \Rightarrow a_1 + 2r = 30 \text{ (I)}$$

Considerando que em 2007 houve 40 crimes, pode-se escrever que $a_2 = a_1 + r = 40$ (II).

Fazendo (I) - (II), $r = -10$.

- b) Em 2010 ocorreram, ao todo, 10 crimes. As possibilidades são:

Tipo de Crime	Ocorrências	Ocorrências
Roubo	2	4
Estelionato	2	4
Assassinato	1	2
Total	5	10

Logo, em 2010 ocorreram 4 estelionatos.

- c) $Média_{2007-2011} = \frac{c_{2007} + c_{2008} + c_{2009} + c_{2010} + c_{2011}}{5} = \frac{40 + 30 + 20 + 10 + 30}{5} = 26 \text{ crimes.}$

Grade de pontuação:

Questão	Categoria de acerto	Padrão utilizado para correção
01.A	0%	Em branco OU questão totalmente errada.
	25%	Algum indício de entendimento do enunciado da questão (esboço de montagem da solução).
	50%	Montou corretamente equações com os dados do problema, mas houve erro para encontrar a razão.
	75%	Raciocínio correto e resposta correta, a não ser por algum pequeno erro de conta.
	100%	Raciocínio correto, contas corretas e conclusão correta.
01.B	0%	Em branco OU totalmente errada.
	25%	Algum indício de entendimento do enunciado da questão (esboço de montagem da solução).
	50%	Ofereceu alguns elementos corretos da resposta, mas errou ao indicar outros (por exemplo, indicou número total de crimes em 2010 e a proporcionalidade entre os tipos de crimes, mas não calculou o número de estelionatos).
	75%	Raciocínio correto e resposta correta, a não ser por algum pequeno erro de conta.
	100%	Raciocínio correto, contas corretas e conclusão correta.
01.C	0%	Em branco OU questão totalmente errada.
	25%	Algum indício de entendimento do enunciado da questão (esboço de montagem da solução).
	50%	Calculou uma média para o período de 2007 a 2011 com algum erro ao apontar o número de crimes nesses anos.
	75%	Raciocínio correto e resposta correta, a não ser por algum pequeno erro de conta.
	100%	Raciocínio correto, contas corretas e conclusão correta.

Questão 2

Em 1º de junho de 2009, João usou R\$ 150.000,00 para comprar cotas de um fundo de investimento, pagando R\$ 1,50 por cota. Três anos depois, João vendeu a totalidade de suas cotas, à taxa de R\$ 2,10 cada uma. Um apartamento que valia R\$ 150.000,00 em 1º de junho de 2009 valorizou-se 90% nesse mesmo período de três anos. (Nota: a informação de que a valorização do apartamento foi de 90% nesse período de três anos deve ser usada para responder a todos os itens a seguir).

- a) Se, ao invés de adquirir as cotas do fundo de investimento, João tivesse investido seu dinheiro no apartamento, quanto a mais teria ganhado, em R\$, no período?
- b) Para que, nesse período de três anos, o ganho de João tivesse sido R\$ 20.000,00 maior com o fundo de investimento, na comparação com o apartamento, por quanto cada cota deveria ter sido vendida em 1º de junho de 2012?
- c) Supondo que o regime de capitalização do fundo de investimento seja o de juros simples, quanto deveria ter sido a taxa de juros simples, ao ano, para que a rentabilidade do fundo de investimento se igualasse à do apartamento, ao final do período de três anos? Apresente uma função que relacione o valor total das cotas de João (Y) com o tempo t , em anos.

Respostas:

- a) O ganho com a aplicação no fundo de investimento foi de $100.000 \cdot R\$ 0,60 = R\$ 60.000,00$. O ganho que teria conseguido caso tivesse comprado o apartamento é de $150.000 \cdot 0,90 = R\$ 135.000,00$. Logo, teria ganhado $R\$ 135.000,00 - R\$ 60.000,00 = R\$ 75.000,00$ a mais, caso tivesse investido no apartamento.
- b) João deveria ganhar R\$ 155.000,00 com o fundo de investimento.
Cada cota deveria ter sido vendida por $(x - 1,50) \cdot 100.000 = 155.000 \Rightarrow x = 3,05$
Cada cota deveria ter sido vendida por **R\$ 3,05**.
- c) Se a rentabilidade do apartamento é de 90% no período, a taxa de juros simples ao ano deve ser de 30%. A função é $Y = f(t) = 150.000 + 45.000 \cdot t$.

Grade de pontuação:

Questão	Categoria de acerto	Padrão utilizado para correção
02.A	0%	Em branco OU questão totalmente errada.
	25%	Iniciou raciocínio – mostrou indícios de que procurou encontrar o número de cotas ou o ganho percentual de cada um dos investimentos.
	50%	Encontrou pelo menos um dos novos valores dos investimentos (carro ou apartamento)
	75%	Encontrou os dois valores futuros, porém cometeu algum erro de conta percentual, ou indicou, apenas, a diferença percentual.
	100%	Encontrou corretamente os valores futuros dos dois investimentos, concluiu com exatidão, obtendo o resultado.
02.B	0%	Em branco OU questão totalmente errada.
	25%	Iniciou raciocínio. Deu alguma indicação de entendimento de parte (ao menos) do enunciado, mostrando o esboço da equação.
	50%	Iniciou corretamente o raciocínio, indicando a equação que identificaria o novo preço das cotas, mas não concluiu corretamente. Respondeu apenas a diferença dos valores ou o aumento percentual.
	75%	Indicação de procedimento e raciocínio corretos, com mínimo erro de conta.
	100%	Indicação de procedimento e raciocínio corretos; apresentação da resposta correta.
02.C	0%	Em branco OU questão totalmente errada, confundindo os conceitos de juro simples e juro composto.
	25%	Indicou, ao menos, o aumento percentual anual de 30%.
	50%	Esboçou a equação, indicando ao menos o valor constante: $150000 + \text{"alguma coisa"}$.
	75%	Indicação de procedimento e raciocínio corretos: função linear, com mínimo erro de conta.
	100%	Indicação de procedimento e raciocínio corretos: função linear enunciada corretamente.

Questão 3

Felipe e Carolina são donos de uma horta em uma cidade do interior. Vendem diversos legumes e vegetais que crescem em uma plantação de formato retangular, com 2.400 m² de área e 280 m de perímetro. O principal produto que vendem é a beterraba, comercializada a R\$ 3,00 o quilo. Felipe, cuidadoso com as finanças, sabe que, para evitar vender fiado, é necessário sempre ter dinheiro trocado e suficiente em caixa para conferir troco exato aos clientes.

- a) Quais são as dimensões da plantação retangular (informe as medidas dos lados em metros)?
- b) Se a produtividade média de beterrabas é de 10 quilos por metro quadrado e por ciclo de plantação, e a beterraba é produzida em um terço da área de plantação dessa horta, qual será o lucro de Felipe e Carolina, em um ciclo de plantação, sabendo que toda a produção é vendida e que o custo de produção desse legume é igual a 40% de seu preço de venda?
- c) Considere a situação em que é necessário devolver troco exato a um cliente que compra qualquer quantidade entre 1,0 quilo e 3,5 quilos de beterraba com uma cédula de R\$ 20,00. Se Felipe sempre devolve o troco utilizando primeiramente cédulas e, em seguida, o mínimo número possível de moedas, **quantas moedas, no máximo, precisará usar?** Suponha que podem ser usadas, somente e em qualquer quantidade, moedas de R\$ 0,01; R\$ 0,05; R\$ 0,10; R\$ 0,25; R\$ 0,50; e de R\$ 1,00; e que podem ser usadas, somente e em qualquer quantidade, cédulas de R\$ 2,00, R\$ 5,00 e de R\$ 10,00.

Respostas:

- a) Sejam x e y os lados do retângulo. Pode-se escrever que:

$$x \cdot y = 2.400m^2$$

$$2x + 2y = 280m$$

Logo, as dimensões da plantação (retangular) são de 120 metros por 20 metros.

- b) Pode-se produzir, em um ciclo de plantação, $\frac{1}{3} \cdot 2.400 \cdot 10 = 8.000$ quilos de beterraba.
Se o preço de venda é R\$ 3,00 por quilo e o custo é de 40% desse valor, o casal lucra R\$ 1,80 por quilo de beterraba. Logo, o lucro total é igual a **R\$ 14.400,00** por ciclo de produção.
- c) Os preços variarão de R\$ 3,00 a R\$ 10,50, e os trocos devidos, **de R\$ 9,50 a R\$ 17,00**. Como há cédulas de **R\$ 2,00** e de **R\$ 5,00**, é possível formar troco de qualquer número inteiro de R\$ 9,00 a R\$ 17,00, apenas com essas cédulas. Assim, maximizando o uso de cédulas, o troco máximo em moedas seria **R\$ 0,99**. Essa quantia, por exemplo, é formada com, **no mínimo, 8 moedas** (R\$ 0,50 + R\$ 0,25 + R\$ 0,10 + R\$ 0,10 + R\$ 0,01 + R\$ 0,01 + R\$ 0,01 + R\$ 0,01). [Qualquer quantia entre R\$ 0,01 e R\$ 0,99 é formada com, no máximo, 8 moedas].

Grade de pontuação:

Questão	Categoria de acerto	Padrão utilizado para correção
03.A	0%	Em branco OU questão totalmente errada.
	25%	Algum indício de entendimento do enunciado da questão (esboço de montagem da solução).
	50%	Montou corretamente o sistema com duas equações e duas incógnitas, mas houve erro na solução do sistema.
	75%	Raciocínio correto e resposta correta, a não ser por algum pequeno erro de conta.
	100%	Raciocínio correto, contas corretas e conclusão correta.
03.B	0%	Em branco OU questão totalmente errada.
	25%	Algum indício de entendimento do enunciado da questão (esboço de montagem da solução).
	50%	Ofereceu alguns elementos corretos da resposta, mas errou ao indicar outros (por exemplo, indicou que foram produzidos 8.000 quilos de beterraba, mas inverteu porcentagem de custo com porcentagem de lucro, chegando ao valor incorreto de lucro de R\$ 9.600,00).
	75%	Raciocínio correto e resposta correta, a não ser por algum pequeno erro de conta.
	100%	Raciocínio correto, contas corretas e conclusão correta.
03.C	0%	Em branco OU questão totalmente errada.
	25%	Algum indício de entendimento do enunciado da questão (esboço de montagem da solução).
	50%	Ofereceu alguns elementos corretos da resposta, mas errou ao indicar o número de moedas solicitado no enunciado (por exemplo, indicou que o intervalo de troco está entre R\$ 9,50 e R\$ 17,00 e apresentou exemplos de número de moedas usadas para alguns valores de troco).
	75%	Raciocínio correto, exceto pelo uso da moeda de R\$ 1,00 (apontando o valor de 9 moedas como resposta).
	100%	Raciocínio correto, contas corretas e conclusão correta.