

VESTIBULAR 2012

1ª Fase

RACIOCÍNIO LÓGICO- MATEMÁTICO

Instruções Gerais:

- Hoje você deverá responder às questões de **Artes Visuais e Literatura, História, Geografia** e de **Raciocínio Lógico-Matemático**.
- Você terá **4 horas** para realizar as quatro provas.
- O verso das páginas poderá ser utilizado para rascunho. **Os rascunhos não serão considerados** para efeito de correção.
- As respostas das questões deverão ser redigidas nos espaços destinados a elas, com letra legível **a lápis ou com caneta azul ou preta**.
- Não se esqueça de **assinar as tarjetas das capas de todos os cadernos da prova**, no local indicado.
- Não se identifique em nenhuma das folhas do corpo da prova, pois isso implicará risco de anulação.

Instruções para a prova de Raciocínio Lógico-Matemático:

A prova de **Raciocínio Lógico-Matemático** é composta por três questões e vale, no total, 10 pontos, assim distribuídos:

Questão 1 – 3,5 pontos (sendo 1 ponto para o subitem **a**, 1 ponto para o subitem **b** e 1,5 ponto para o subitem **c**).

Questão 2 – 3,5 pontos (sendo 1 ponto para o subitem **a**, 1 ponto para o subitem **b** e 1,5 ponto para o subitem **c**).

Questão 3 – 3,0 pontos (sendo 1 ponto para o subitem **a**, 1 ponto para o subitem **b** e 1,0 ponto para o subitem **c**).

As respostas deverão **apresentar a resolução completa** das questões. Não basta escrever apenas o resultado final, é necessário mostrar o raciocínio utilizado e os cálculos, quando for o caso.

Questão 1

Segundo um analista de mercado, nos últimos 7 anos, o preço médio dos imóveis por metro quadrado (em R\$ 100) pode ser representado pela equação abaixo (em que t representa o tempo, em anos, variando de $t = -3$ em 2004 a $t = 3$ em 2010):

$$\text{Preço}(t) = -3t^2 + 6t + 50$$

- a) De acordo com o analista, houve uma crise no mercado imobiliário nesse período, em um ano em que o preço dos imóveis por metro quadrado atingiu o valor máximo, decaindo no ano seguinte. Em que ano ocorreu a referida crise?
- b) Um investidor comprou um imóvel de 100 m² no início de 2006, ao preço médio de mercado, e o vendeu, também ao preço médio de mercado, no início de 2009. Qual teria sido a diferença no lucro auferido (em R\$) se tivesse investido, durante o mesmo período de 3 anos, os recursos em um CDB que paga juros compostos de 10% ao ano?
- c) Um investidor comprou um imóvel no início de 2006 e o vendeu no início de 2009. A que taxa anual de juros simples ele deveria ter investido, durante esse período de 3 anos, o valor pelo qual comprou o imóvel em 2006, para obter um lucro equivalente ao obtido com a venda do imóvel em 2009?

Se necessário, utilize o espaço adicional na página 2 para responder à questão 1.

Espaço adicional para respostas da questão 1.

Questão 2

- a) Construa um triângulo isósceles cujo ângulo menor seja metade de cada um dos ângulos maiores e nomeie seus vértices de **A**, **B** e **C**, sendo \widehat{ABC} o ângulo menor. Em seguida, desenhe uma circunferência que passe pelos três vértices desse triângulo. Por fim, trace as bissetrizes dos dois ângulos maiores do triângulo; batize de ponto **D** o encontro da bissetriz de \widehat{BAC} com a circunferência e, de ponto **E**, o encontro da bissetriz de \widehat{ACB} com a circunferência. **Notas:** (i) indique a localização dos pontos A, B, C, D e E; (ii) como referência, adote para o segmento de reta AB qualquer tamanho entre 5 e 10 centímetros.
- b) Imagine que a figura construída no item anterior seja a versão, em miniatura, de uma figura na qual o raio da circunferência circunscrita ao triângulo **ABC** mede 2 km. Nesse caso, qual é o comprimento do arco \widehat{BD} ?
- c) Na figura ampliada descrita no item anterior, qual é o perímetro do pentágono AEBDC? Se necessário, adote: $\text{sen}(36^\circ) = 0,59$; $\text{sen}(54^\circ) = 0,81$; $\text{sen}(72^\circ) = 0,95$; $\text{cos}(36^\circ) = 0,81$; $\text{cos}(54^\circ) = 0,59$; $\text{cos}(72^\circ) = 0,31$.

Se necessário, utilize o espaço adicional na página 4 para responder à questão 2.

Espaço adicional para respostas da questão 2.

Questão 3

O compositor A é réu em um processo de plágio. Ele criou uma melodia para um *jingle* de TV que consiste em uma sequência de 4 notas em ordem idêntica a uma melodia registrada anteriormente pelo compositor B. O compositor A declara que não conhecia o trabalho do compositor B e que as semelhanças entre as músicas foram fruto do acaso. Para decidir sobre a plausibilidade desta explicação, um juiz solicitou o cálculo da probabilidade de que a melodia do compositor A tenha a mesma sequência de notas da melodia do compositor B por acaso, considerando que existem sete notas musicais e que cada nota é decidida aleatoriamente e de forma independente pelo compositor. Se a probabilidade for menor que 0,1%, o juiz considerará não ser plausível que tenha ocorrido por acaso, condenando o réu; em caso contrário, o compositor A será considerado inocente.

- a) Qual é a probabilidade de que o compositor A tenha criado por acaso a melodia com a mesma sequência de 4 notas da melodia do compositor B? Com base no critério apresentado acima, o juiz considerará o compositor A inocente ou culpado?
- b) Cada uma das sete notas musicais (Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá, Si) pode ter ou não uma alteração cromática (sustenido ou bemol). Assim, cada nota pode aparecer em três diferentes formas, por exemplo, Dó, Dó sustenido ou Dó bemol. Qual é o número mínimo de notas (com alteração cromática) que uma melodia deve ter para que se possa configurar plágio, de acordo com o critério do juiz (probabilidade de coincidência por acaso menor que 0,1%, considerando que cada nota e alteração cromática é escolhida aleatoriamente e independentemente pelo compositor)?
- c) Considere que o juiz estabeleceu um novo critério – condenará o réu, se a probabilidade de que as melodias tenham os trechos observados em comum por acaso for menor que a probabilidade de ganhar em um jogo de loteria em que o apostador escolhe 7 números entre 20 possíveis, e se torna ganhador se estes números incluírem os 3 números sorteados. Qual é a probabilidade de que o apostador ganhe na loteria nessas condições?

Se necessário, utilize o espaço adicional na página 6 para responder à questão 3.

Espaço adicional para respostas da questão 3.